

**Carl von Ossietzky**

**Universität Oldenburg**

**Abteilung Learning and Cognitive Systems**

**Wirtschaftsinformatik**

**Bachelorarbeit**

**Titel**

**Portfoliooptimierung durch Diversifikation von Risiken**

**Vorgelegt von**

**Jan Köhler,**

**Mirko Baier**

**Betreuender Gutachter**

**Prof. Dr. Claus Möbus**

**Zweiter Gutachter**

**apl. Prof. Dr.-Ing. Jürgen Sauer**

**Oldenburg, den 28.09.2018**

# 1 ABSTRACT

---

Diese Arbeit baut auf dem 1952 von Markowitz in dem „Journal of Finance“ veröffentlichten Artikel „Portfolio Selection“ auf, welcher sich mit der Risikominimierung des Portfolios befasst. Dieses „Portfolio-Selection“-Modell bot die Grundlage für viele mathematische Ausführungen von Wissenschaftlern und Mathematikern.

Basierend auf diesen mathematischen Ausführungen wurde in dieser Arbeit erst eine Beschreibung des portfoliotheoretischen Ansatzes erklärt und durch eine Beispielrechnung veranschaulicht. Er beschränkt sich in dieser Arbeit auf Zwei- oder Drei-Asset-Portfolios ohne Nicht-Negativitäts-Bedingung.

Da der portfoliotheoretische Ansatz für einen Laien sehr schwierig zu durchdringen ist, war es das Ziel dieser Bachelorarbeit eine Webanwendung zu erstellen, die es Laien ohne Hintergrundwissen ermöglicht, ihr Portfolio nach diesem Ansatz zu optimieren.

Es wurden noch weitere bekannte Möglichkeiten der Portfoliooptimierung aufgelistet und dargelegt, sowie einige theoretische Grundlagen des Wertpapiermanagements.

Zunächst wurden einige Technologien zur Umsetzung der Webanwendung ausgewählt und beschrieben. Für diese wurden einige Konzeptionen zur Umsetzung der Webanwendung erstellt.

Daraufhin wurden diese Konzeptionen nach und nach implementiert und erweitert. Während der Implementation wurde regelmäßig getestet und dementsprechend angepasst.

Schließlich wurde die Webanwendung online unter „<https://bachelorarbeit-koehler-baier.herokuapp.com/>“ zur Verfügung gestellt.

Sie ist außerdem verfügbar unter „<https://github.com/MirkoBaier/Bachelorarbeit-projekt-JanKoehler-MirkoBaier>“.

## 2 GLIEDERUNG

---

1	Abstract .....	ii
2	Gliederung .....	iii
3	Abbildungsverzeichnis .....	vi
4	Abkürzungsverzeichnis .....	vi
5	Einleitung.....	1
5.1	Motivation .....	1
5.2	Problemstellung.....	2
5.3	Ausgangslage.....	3
6	Ablauf der Arbeit.....	4
6.1	Projektmanagement.....	4
6.1.1	Scrum .....	4
6.2	Sprints .....	5
7	Theoretische Grundlagen des Wertpapiermanagements .....	6
7.1	Portfoliooptimierung und Diversifikation nach Markowitz.....	6
7.2	Annahmen der Portfoliooptimierung.....	8
7.3	Weitere Möglichkeiten der Portfoliooptimierung .....	8
7.3.1	Capital Asset Pricing Model (CAPM) .....	9
7.3.2	Arbitrage-Pricing-Theorie (APT).....	10
7.3.3	Das Marktmodell.....	11
7.3.4	Barwertansatz.....	12
7.4	Investitionsmöglichkeiten .....	14
7.4.1	Fonds .....	14
7.4.2	ETFs.....	14
7.4.3	Arero – Der Weltfonds .....	15
7.5	Weiteres .....	16
7.5.1	Leerverkäufe.....	16
8	Mathematik des portfoliotheoretischen Ansatzes .....	17
8.1	Kennzahlen einzelner Assets.....	17
8.1.1	Erwartete Rendite.....	17
8.1.2	Standardabweichung bzw. Volatilität (Risiko).....	19
8.1.3	Korrelationskoeffizient .....	20
8.2	Beispielrechnung .....	22
8.2.1	Generelles zu dem Beispiel .....	22
8.2.2	Die Beispiel-Wertpapiere .....	22
8.3	Beispielrechnung zu den Kennzahlen .....	24
8.3.1	Erwartete Rendite.....	24
8.3.2	Standardabweichung.....	26

8.3.3	Korrelationskoeffizient .....	26
8.3.4	Alle Werte im Überblick .....	26
8.4	Kennzahlen des Portfolios .....	28
8.4.1	Zur Berechnung von Kennzahlen im Portfolio .....	28
8.4.2	Erwartete Rendite .....	28
8.4.3	Varianz .....	29
8.4.4	Standardabweichung .....	29
8.5	Portfoliooptimierung im Zwei-Asset-Portfolio.....	30
8.5.1	Formeln im Zwei-Asset-Portfolio .....	30
8.5.2	Minimum-Varianz-Portfolio.....	30
8.5.3	Effizienter Rand .....	31
8.6	Beispielrechnung zum Zwei-Asset-Portfolio .....	34
8.6.1	Minimum-Varianz-Portfolio.....	34
8.6.2	Effizienter Rand .....	35
8.6.3	Alle Zwei-Asset-Portfolios und ihre effizienten Ränder im Überblick .....	36
8.7	Portfoliooptimierung im Drei-Asset-Portfolio.....	38
8.7.1	Minimum-Varianz-Portfolio.....	38
8.7.2	Effizienter Rand .....	40
8.8	Beispielrechnung zum Drei-Asset-Portfolio .....	44
8.8.1	Minimum-Varianz-Portfolio.....	45
8.8.2	Effizienter Rand .....	46
8.8.3	Abschluss der Beispielrechnung .....	47
9	Technologien .....	48
9.1	Benutzte Programmiertechnologien .....	48
9.1.1	React.js .....	48
9.1.2	CSS .....	49
9.1.3	JSX.....	50
9.1.4	Node.js .....	50
9.1.5	Express.js.....	51
9.2	Benutzte Libraries.....	51
9.2.1	Libraries.....	51
9.2.2	Frameworks.....	52
9.2.3	CORS .....	52
9.2.4	SimpleStatistics .....	52
9.2.5	Math.js.....	52
9.2.6	Ramda.....	53
9.2.7	Axios .....	53
9.2.8	Babel .....	53
9.2.9	Jest.....	54

9.2.10	Chart.js .....	54
9.2.11	React-Bootstrap.....	54
9.2.12	React-Bootstrap-Table.....	54
9.3	Benutzte Services.....	55
9.3.1	GitHub .....	55
9.3.2	Alpha Vantage .....	55
9.3.3	NPM .....	57
10	Konzeption .....	57
10.1	Funktionen der Anwendungen .....	57
10.2	Softwaretechnik-Konzepte .....	58
10.2.1	Client-Konzepte .....	58
10.2.2	Server-Konzepte.....	60
10.3	Grobe Beschreibung des Ablaufs .....	61
11	Implementierung .....	61
11.1	Dokumentation Clientseitig .....	61
11.1.1	Klassendiagramm .....	61
11.1.2	Endgültiges Aussehen der Webanwendung .....	65
11.2	Dokumentation Serverseitig.....	65
11.2.1	Klassendiagramme .....	65
11.2.2	Sequenzdiagramme und Ablauf.....	68
12	Tests .....	74
12.1	Integrationstest .....	74
12.2	Usability-Test.....	75
12.2.1	Test 1 .....	75
12.2.2	Test 2 .....	76
12.2.3	Test 3 .....	77
12.3	Jest-Test.....	78
13	Schlussteil.....	79
13.1	Fazit .....	79
13.2	Kritische Betrachtung.....	79
13.3	Ausblick .....	80
14	Literaturverzeichnis .....	81
15	Anhang.....	85
15.1	Literaturbewertung.....	85
15.2	Lizenzen der Software .....	86
15.3	Bilder .....	87
15.4	Beiträge der einzelnen Bearbeiter.....	92
15.5	Erklärung .....	94

### 3 ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

Abbildung 1: Kurs des Bitcoins vom 15.11.2017 bis zum 05.02.2018.....	1
Abbildung 2: Kursverlauf der Deutschen Bank Aktie .....	7
Abbildung 3: Markowitz-Parameter vs. Marktmodell-Parameter.....	12
Abbildung 4: Verlauf der Kurse der Beispiel-Wertpapiere .....	24
Abbildung 5: Kursdaten von x2 .....	24
Abbildung 6: Verlauf der Tagesrenditen.....	25
Abbildung 7: Standardabweichungen und erwartete Renditen.....	26
Abbildung 8: Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten.....	27
Abbildung 9: Kennzahlen in grafischer Übersicht .....	27
Abbildung 10: beispielhafter effizienter Rand.....	32
Abbildung 11: Effizienter Rand zwischen Wertpapieren x2 und x3 .....	35
Abbildung 12: Mögliche Zwei-Asset-Portfolios.....	36
Abbildung 13: Anteile der Wertpapiere für die effizienten Ränder .....	37
Abbildung 14: Effiziente Ränder der Zwei-Asset-Portfolios (grafisch) .....	37
Abbildung 15: Werte des effizienten Randes bei drei Assets .....	46
Abbildung 16: effizienter Rand bei drei Assets .....	47
Abbildung 17: Alle Werte und effiziente Ränder im Überblick .....	47
Abbildung 18: Codebeispiel zu React.js.....	49
Abbildung 19: Funktionsweise der Branches .....	55
Abbildung 20: Beispielhafte Benutzung von Alpha Vantage.....	56
Abbildung 21: Planungs-Klassendiagramm des Clients .....	58
Abbildung 22: Planungs-Klassendiagramm des Servers.....	60
Abbildung 23: Finales Klassendiagramm des Clients .....	62
Abbildung 24: Finales Klassendiagramm des Servers .....	66
Abbildung 25: Teil 1 des Server-Sequenzdiagramms.....	68
Abbildung 26: Teil 2 des Server-Sequenzdiagramms.....	70
Abbildung 27: Teil 2 des Server-Sequenzdiagramms.....	72
Abbildung 28: Teil 1 des Gantt-Meilensteinplans.....	87
Abbildung 29: Teil 2 des Gantt-Meilensteinplan.....	88
Abbildung 30: Mock-Up der Webanwendung.....	89
Abbildung 31: Ablaufdiagramm der Anwendung.....	90
Abbildung 32: Das Endgültige Aussehen des oberen Teils der Website.....	91
Abbildung 33: Aussehen bei einer mittlere Risikobereitschaft und einem Investitionskapital von 1000 Euro .....	91
Abbildung 34: Aussehen, nachdem der Nutzer alle möglichen Angaben gemacht und den Knopf zur Berechnung getätigt hat .....	92
Abbildung 35: Aussehen des Footers .....	92

### 4 ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

---

API	Application Programming Interface
ETF	Exchange Traded Fund
ISIN	International Securities Identification Number
MVP	Minimum Varianz Portfolio

## 5 EINLEITUNG

---

### 5.1 MOTIVATION

Wäre man dem Hype gefolgt und hätte am 17.12.2017 blind 100.000 Euro in den Bitcoin investiert, würden einem am 05.02.2018 lediglich noch ca. 35.000 Euro bleiben.<sup>1</sup> Dies ist ein perfektes Beispiel dafür, dass Diversifizierung sinnvoll ist um sein Risiko zu minimieren.



Abbildung 1: Kurs des Bitcoins vom 15.11.2017 bis zum 05.02.2018<sup>1</sup>

Ein Ansatz zur Diversifikation wurde 1952 von Harry M. Markowitz in seinem im „Journal of Finance“ veröffentlichten Artikel „Portfolio Selection“ und sieben Jahre später noch genauer in seinem Buch „Portfolio Selection: Efficient Diversification“ beschrieben. Er wurde für diesen Ansatz fast 40 Jahre später noch mit einem Nobelpreis gewürdigt.<sup>2</sup> Der

---

<sup>1</sup> Vgl. (onVista, abgerufen am 21.09.2018)

<sup>2</sup> Vgl. (The Prize in Economics 1990 - Press release, abgerufen am 21.09.2018)

portfoliotheoretische Ansatz zog bis heute viele Ausführungen von anderen Mathematikern oder Wissenschaftlern nach sich.

Dieser Ansatz ist für einen Laien schwer nachvollziehbar, ohne sich intensiv mit diesem auseinander zu setzen. Es lohnt sich allerdings, sich mit diesem auseinander zu setzen, um das Risiko bei der Portfolioauswahl zu minimieren. Die Motivation dieser Arbeit ist es, Laien eine einfache Möglichkeit zu bieten, ihr Portfoliorisiko mit Hilfe des portfoliotheoretischen Ansatzes zu minimieren, ohne sich in diesen einarbeiten zu müssen. Die Lösung soll eine intuitive und kostenlose Webanwendung sein.

## **5.2 PROBLEMSTELLUNG**

Das Problem, das in dieser Arbeit betrachtet werden soll, ist, dass es Laien, welche die Zielpersonen der Webanwendung sind, nicht ohne Assistenz möglich ist, das Risiko in einem Portfolio abzuschätzen. Hierfür werden einige Kennzahlen benötigt, die verständlich aufbereitet sind und mit denen man die Diversifikation und das Risiko einschätzen kann. Diese stehen dem Laien aber nicht unmittelbar und kostenlos zur Verfügung. Es gibt zwar Programme, die das berechnen können, diese müssen aber erst gefunden, gedownloadet und konfiguriert werden und sind nicht immer kostenlos.

Um dieses Problem zu lösen, soll eine kostenlose und intuitive Webanwendung erstellt werden, mit der ein Laie sich ein theoretisches Portfolio aus drei Wertpapieren zusammenstellen kann. Für die Wertpapiere werden erst die Standardabweichungen, die erwarteten Renditen und die Korrelationen berechnet. Diese Kennzahlen werden benötigt, um für das Portfolio die erwartete Rendite und die Standardabweichung zu kalkulieren. Weiterhin werden mit diesen Kennzahlen das Minimum-Varianz-Portfolio und der effizienten Rand für des Portfolios berechnet, sowie die Anteile, zu denen in die drei Wertpapiere jeweils investiert werden sollte. In der Browseranwendung werden Minimum-Varianz-Portfolio und effizienter Rand graphisch dargestellt. Basierend auf der Risikopräferenz und Kapitalkraft des Laien werden ihm die entsprechenden Anteile der Wertpapiere am Portfolio ausgegeben. Dieses Portfolio wird als Letztes mit dem Arero-Fonds in einem Auswertungstext verglichen.

Ein wissenschaftlicher Aspekt dieser Arbeit lag darin, zu prüfen inwieweit ein Nutzer, der weder IT-Entwickler- noch Finanzberaterkompetenzen besitzt, mit der Webanwendung nach Markowitz risikooptimierte Wertpapierportfolios erstellen kann.<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Dieser Absatz wurde nachträglich hinzugefügt

### 5.3 AUSGANGSLAGE

Der portfoliotheoretische Ansatz, so wie er in dieser Arbeit verwendet wird, ist so weit ausgearbeitet, dass dieser hier lediglich aufgegriffen, zusammengefasst und erklärt wird, aber nicht weiterentwickelt werden musste.

Die Umsetzung des portfoliotheoretischen Ansatzes in eine unterstützende Webanwendung hat viele vergleichbare Lösungen. Banken bieten einen solchen Dienst, aber bei diesen müsste man Kunde sein. Ein kostenloses Angebot wäre z.B. das Webtool „PortfoliolQ“. Bei diesem kann man einige Wertpapiere angeben und die Webanwendung zeigt das Einzelrisiko, die erwartete Rendite und den Preis des Wertpapiers. Weiterhin zeigt das Webtool eine Fläche möglicher Portfolios an, in welcher man sich einen Punkt, an dem man sein Portfolio ansiedeln will, aussuchen kann. Das Tool berechnet dann die Anteile, zu denen man in die einzelnen Wertpapiere investieren soll, um den ausgewählten Punkt und damit die erwartete Rendite und das Risiko des Portfolios zu erreichen.

Der Unterschied zu der Webanwendung dieser Arbeit ist, dass „PortfoliolQ“ keine negativen Anteile unterstützt, es ermöglicht es dem Nutzer also nicht, Leerverkäufe zu tätigen. Außerdem zeigt „PortfoliolQ“ eine Fläche möglicher Portfolios, die man auswählen kann.<sup>4</sup> Diese Fläche ist nicht effizient, d.h. an allen Stellen, die nicht der obere Rand sind, gibt es keine maximale erwartete Rendite für ein bestimmtes Risiko, womit diese Stellen völlig uninteressant für den Nutzer sind. Die Webanwendung dieser Arbeit hingegen ermöglicht dem Nutzer Leerverkäufe für eine bessere Diversifikation und zeigt nur Punkte am effizienten Rand an, also nur effiziente Kombinationen der Wertpapiere.

Ein weiteres kostenloses Angebot wäre das von der Universität von Washington veröffentlichte Programm „portfolio\_noshorts.r“. Es kann erwartete Rendite und Standardabweichung von Wertpapieren berechnen und mit diesen Daten den effizienten Rand des Portfolios der Wertpapiere bestimmen.<sup>5</sup> Ein weiteres kostenloses Tool wurde 2010 im Wertpapier Forum vom Nutzer „Norbert-54“ veröffentlicht. Dieses Tool ist ein Excel-Programm, das ebenfalls den effizienten Rand berechnen kann. Bei diesem Tool muss man die historische Werteentwicklung selbst eintragen und die Berechnung kann bei vielen Wertpapieren viel Rechenleistung fordern.<sup>6</sup> Die in dieser Arbeit erstellte Webanwendung unterscheidet sich von diesen beiden Tools insofern, dass man sie ohne großen Aufwand sofort online nutzen kann. Die beiden Tools hingegen müsste man erst

---

<sup>4</sup> Vgl. (portfoliolQ - Berater - Schroders, abgerufen am 21.09.2018)

<sup>5</sup> Vgl. (Minimum Variance Portfolio with 3-Assets | LBB Magazine, abgerufen am 21.09.2018)

<sup>6</sup> Vgl. (Minimum Varianz Portfolio nach Markowitz - Fonds und Fondsdepot - Wertpapier Forum, abgerufen am 21.09.2018)

downloaden, konfigurieren und einrichten, bevor sie nutzbar wären, was vor allem für einen Laien zu viel Aufwand bedeutet.

## 6 ABLAUF DER ARBEIT

---

### 6.1 PROJEKTMANAGEMENT

Die Bachelorarbeit wird von zwei Personen erstellt. Damit die Bearbeitung des Themas so koordiniert und effizient wie möglich ablaufen kann, wurde sich für das Vorgehensmodell Scrum entschieden. Es wird nicht nur gleichzeitig von zwei Personen an der Verschriftlichung gearbeitet, sondern es findet auch eine gleichzeitige Programmierung statt. Um den Überblick über die Aufgaben der jeweiligen Person zu behalten, wird unterstützend die Website „[www.Trello.com](http://www.Trello.com)“ genutzt.

#### 6.1.1 Scrum

Scrum ist eine Möglichkeit, agiles Projektmanagement zu betreiben. Als Erstes wurde mit allen Beteiligten besprochen, welche Ziele in der Bachelorarbeit erreicht werden sollen. Hierfür wurde ein entsprechender Gantt-Meilensteinplan erstellt. Der Meilensteinplan ist unter Abbildung 28 und Abbildung 29 zu sehen. Anschließend wurden sogenannte Sprints geplant, um den Meilensteinplan abzuarbeiten. Ein Sprint enthält dabei immer mehrere Aufgaben, welche so klein wie möglich geplant und einer Person zugeordnet werden. Bei der Sprintdauer wurde sich auf zwei Wochen geeinigt. Ist ein Sprint schließlich nach zwei Wochen abgeschlossen, findet zunächst eine Retrospektive statt. Hier wird besprochen, was gut oder weniger gut lief und was Aufgaben blockiert hat. Daraufhin wird der nächste Sprint geplant, welcher im Normalfall wieder zwei Wochen dauert.

Der Vorteil von Scrum ist, dass vor allem bei längeren Arbeiten niemand in die Verlegenheit kommt, stark zu prokrastinieren. Um an den nächsten Zielen arbeiten zu können, sollten nach zwei Wochen immer möglichst alle in der Zeit geplanten Ziele erledigt sein. Sollte es der Fall sein, dass Aufgaben nach den zwei Wochen nicht erledigt sind, werden diese in den nächsten Sprint geschoben. Ein weiterer Vorteil von Scrum ist, dass sehr große Aufgaben keine gedanklichen Blockaden erzeugen beim Arbeiten. Normalerweise sollten nämlich keine großen Aufgaben geplant, sondern diese immer so klein wie möglich gehalten werden.<sup>7</sup> Während der Bearbeitung der Aufgaben wurde die tatsächlich gebrauchte Zeit für einen Meilenstein dem Gantt-Diagramm eingetragen.

---

<sup>7</sup> Vgl. (Preußig, 2015)

## 6.2 SPRINTS

Um die Meilensteine in der geplanten Zeit zu schaffen, wurden diese in kleinere Aufgaben verpackt und in sogenannten Sprints abgearbeitet. Ein Sprint umfasst in diesem Projekt ungefähr zwei Wochen. Insgesamt wurden acht Sprints geplant. Nach einem Sprint wurde versucht sich mit dem Professor zu treffen, um den aktuellen Stand zu besprechen.

Der erste und zweite Sprint: „Ausarbeitung des Meilensteinplans, Präsentation und Theorie der Mathematik“ ging vom 11.06.2018 bis zum 08.07.2018. Die ersten beiden Sprints wurden zusammengefasst, da es bei der Planung des ersten Sprints zu einer Überschätzung kam. In diesen Sprints wurde der Meilensteinplan ausgearbeitet, sowie die Präsentation vorbereitet und gehalten. Zudem wurde damit begonnen die Mathematik des portfoliotheoretischen Ansatzes zu durchdringen.

Der dritte Sprint: „Abschluss der Mathematik und Grundlagen des Wertpapiermanagements“ ging vom 09.07.2018 bis zum 19.07.2018. In diesem wurde die Beispielrechnung zum Drei-Asset-Portfolio abgeschlossen. Außerdem wurden verschiedene Möglichkeiten zur Portfoliooptimierung recherchiert und dazu mehrere Kapitel geschrieben. Während des Sprints wurde die Arbeit offiziell beim Prüfungsamt angemeldet.

Der vierte Sprint: „Einarbeitung und Vorbereitung der Programmierung“ ging vom 19.07.2018 bis zum 06.08.2018. Hier wurde sich zunächst in die Programmiertechnologien eingearbeitet und die Projektumgebung aufgesetzt. Des Weiteren wurden Softwarekonzepte für den Client, den Server und der Kommunikation zwischen diesen beiden ausgearbeitet.

Der fünfte Sprint: „Entwicklung der Kernanwendung“ ging vom 07.08.2018 bis zum 21.08.2018. Dieser behandelte die Implementierung der Clientseite und der Serverseite. Beim Client wurde die Eingabe der Risikobereitschaft, die Kapitaleingabe und die Eingabe der ETFs implementiert. Beim Server wurde die Berechnung des MVP und des effizienten Randes, sowie die Kommunikation zu Alpha Vantage implementiert. Während der Implementierung wurde gleichzeitig getestet. Wenn Fehler aufgetreten sind, wurde versucht diese direkt zu beheben.

Der sechste Sprint: „Abschluss der Anwendung“ ging vom 22.08.2018 bis zum 03.09.2018. Hier wurden das Diagramm und der Auswertungstext implementiert. Zudem wurden Verwendungstexte und weitere Texte für die Website geschrieben. Schließlich wurde mit der Dokumentation der Serverseite begonnen.

Der siebte Sprint: „Tests und Korrektur“ ging vom 04.09.2018 bis zum 18.09.2018. In diesem ging es hauptsächlich um das Testen. Die Website wurde mithilfe von Testpersonen getestet und mit den Auswertungen wurde diese entsprechend angepasst. Außerdem wurde mit der Dokumentation der Clientseite begonnen und die Texte für die Bachelorarbeit wurden Korrektur gelesen.

Der achte Sprint: „Abschluss der Bachelorarbeit“ ging vom 19.09.2018 bis zum 28.09.2018. Im letzten Sprint wurden die Einleitung und der Schlussteil geschrieben. Die Bachelorarbeit wurde weiter Korrektur gelesen und schließlich fertiggestellt. Sie wird daraufhin abgabebereit in eine gebundene und digitale Form gebracht.

## **7 THEORETISCHE GRUNDLAGEN DES WERTPAPIERMANAGEMENTS**

---

### **7.1 PORTFOLIOOPTIMIERUNG UND DIVERSIFIKATION NACH MARKOWITZ**

In diesem Kapitelabschnitt wird der portfoliotheoretische Ansatz näher betrachtet. Dieser Ansatz ist die Grundlage für die spätere mathematische Ausarbeitung der Portfoliooptimierung und die Webanwendung dieser Arbeit. Dazu wird das „Portfolio-Selection“-Modell von Markowitz betrachtet.

Bei diesem Modell wird davon ausgegangen, dass ein Anleger sein Anlagevermögen auf mehr als ein Wertpapier aufteilt. Durch die Aufteilung des Anlagevermögens soll ein Diversifizierungseffekt eintreten. Zur Portfolioanalyse werden die historischen Renditen, der im Portfolio befindlichen Wertpapiere, betrachtet. Außerdem werden die Korrelationen zwischen diesen Wertpapieren zur Portfolioanalyse herangezogen.<sup>8</sup> Bei dem Modell von Markowitz wird davon ausgegangen, dass das Risiko in einem Portfolio nicht nur der Summe der Risiken einzelner Wertpapiere entspricht, sondern auch stark von der Korrelation der Renditen der im Portfolio befindlichen Wertpapiere abhängt.<sup>9</sup>

Die Wertpapiere sollten idealerweise nicht mit einer Stärke von eins miteinander korrelieren, da es sonst zu keinem Diversifizierungseffekt kommen würde. Eine positive Korrelation von eins bedeutet, dass ein Wertpapier im gleichen Verhältnis steigen oder sinken würde, wie das andere Wertpapier. Somit würde das Portfolio insgesamt sehr stark steigen oder sehr stark sinken, da kein Wertpapier vorhanden ist, welches sich jeweils mit dem anderen Wertpapier ausgleichen würde. Bei der Betrachtung von Markowitz ist

---

<sup>8</sup> Vgl. (Markowitz, Portfolio Selection : Die Grundlagen Der Optimalen Portfolio-Auswahl, 2008, S. 4 und 5)

<sup>9</sup> Vgl. (Albrecht & Raimond, 2016, S. 320)

nicht nur die erwartete Rendite entscheidend, sondern auch das Risiko. Würde nur die erwartete Rendite betrachtet werden, würde eine ausschließliche Investition in das Wertpapier erfolgen, welches die größtmögliche erwartete Rendite verspricht. Für einen risikoaversen Anleger kommt so eine Anlagestrategie nicht in Frage, da eine Investition in ein einzelnes Wertpapier ein zu hohes Risiko birgt.<sup>10</sup>

In der folgenden Abbildung ist der Kursverlauf der Deutschen Bank Aktie der letzten fünf Jahre zu erkennen. Selbst bei dem größten Kreditinstitut Deutschlands, nach Bilanzzahlen und Mitarbeiterzahlen, kann nicht davon ausgegangen werden, dass eine Investition in eine vermeintlich sichere Aktie nicht ohne Risiko stattfinden kann. In dem Kursverlauf der letzten fünf Jahre ist zu erkennen, dass der Kurs um 66,6% gefallen ist.



Abbildung 2: Kursverlauf der Deutschen Bank Aktie<sup>11</sup>

Somit betrachtet Markowitz den Zusammenhang zwischen erwarteter Rendite und dem Risiko und versucht dabei effiziente Portfolios zu ermitteln.

Unter einem effizienten Portfolio versteht man, dass es kein anderes Portfolio gibt, welches<sup>12</sup>:

- Bei einer gleichen erwarteten Rendite ein geringeres Risiko aufweist
- Bei gleichem Risiko eine höhere erwartete Rendite verspricht
- Ein geringeres Risiko und gleichzeitig eine höhere erwartete Rendite besitzt

<sup>10</sup> Vgl. (Steiner M. B., 2016, S. 7 und 8)

<sup>11</sup> Vgl. (DEUTSCHE BANK AKTIE | Aktienkurs | Kurs | (514000,DB,DE0005140008))

<sup>12</sup> Vgl. (Steiner M. B., 2016, S. 9)

Die Menge der effizienten Portfolios ergibt den **effizienten Rand**, welcher in Kapitel 8.5.3 noch genauer erklärt wird. Der effiziente Rand fängt bei dem Portfolio an, welches das geringste Risiko aufweist, dem sogenannten **Minimum-Varianz-Portfolio**.<sup>13</sup> Dieses wird in Kapitel 8.5.2 Minimum-Varianz-Portfolio noch einmal genauer beschrieben.

## 7.2 ANNAHMEN DER PORTFOLIOOPTIMIERUNG

Bei den Berechnungen dieser effizienten Portfolios liegen einige Annahmen zugrunde. Es werden lediglich die historischen Daten betrachtet. Aus diesen Daten lässt sich aber nicht zuverlässig schließen, dass das Portfolio auch in Zukunft als ein effizientes gilt, da auch unvorhergesehene Ereignisse eintreten könnten, die die Werteentwicklung einzelner Wertpapiere erheblich beeinflussen, sich aber nicht aus den historischen Daten ableiten lassen.

Weiterhin wird angenommen, dass bei einer größeren Anzahl von Wertpapieren im Portfolio das Risiko geringer ist, als bei einer geringeren. Dem Nutzer wird auch unterstellt, dass er daran interessiert ist, ein möglichst geringes Risiko zu haben und nicht etwa eine maximale Rendite.

Außerdem beschreibt das Modell nach Markowitz nicht, zu welchem Zeitpunkt ein Anleger in das Portfolio investieren sollte und zu welchem Zeitpunkt er aussteigen sollte. Ein weiterer Nachteil ist die Menge der zu schätzenden Daten, wofür man einen leistungsfähigen Computer benötigt.<sup>14</sup> Je nachdem, ob man die historischen Tages-, Wochen- oder Monatsrenditen nimmt, hat dies schon einen erheblichen Einfluss auf die Gesamtzahl der Daten. Bei der Webanwendung wird sich auf die historischen Tagesrenditen bezogen, da diese, aufgrund von der Menge der Daten, zu dem genauesten Ergebnis führen. Der Nutzer hat bei der Webanwendung nur die Möglichkeit bis zu drei Wertpapiere auszuwählen, aus denen er sein Portfolio zusammenstellt. Somit ist die benötigte Rechenleistung zu vernachlässigen.

## 7.3 WEITERE MÖGLICHKEITEN DER PORTFOLIOOPTIMIERUNG

Neben dem portfoliotheoretischen Ansatz nach Markowitz gibt es noch weitere Möglichkeiten, sein Portfolio zu optimieren. In dieser Arbeit wird die Kapitalmarkttheorie, welche sich in das Capital Asset Pricing Model und die Arbitrage Pricing Theory gliedert, das Marktmodell, der Barwertansatz und der Regressionsansatz betrachtet.

---

<sup>13</sup> Vgl. (Weber, Genial einfach investieren | Mehr müssen Sie nicht wissen – das aber unbedingt, 2007, S. 118)

<sup>14</sup> Vgl. (Steiner M. B., 2016, S. 15)

### 7.3.1 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Das CAPM wurde in den 1960ern entwickelt und basiert auf den Grundideen von Markowitz. Dabei ist das CAPM nicht auf die Anwendungen von Investmentfragen beschränkt, sondern findet auch Verwendung bei einzelnen Investitionen oder der Bewertung von Unternehmen. Dadurch wird das CAPM ebenfalls einsetzbar für die Portfoliooptimierung.<sup>15</sup> Das CAPM basiert auf dem Prinzip, dass Wertpapierpreise nicht durch Zufall entstehen, sondern durch Angebot und Nachfrage. Das Modell von Markowitz betrachtet nicht, wie die Wertpapierpreise sich ändern würden bei einer jeweiligen Investition eines Anlegers.<sup>16</sup>

Die Annahmen des CAPM sind die Folgenden:<sup>17</sup>

- Es existiert eine risikofreie Anlagemöglichkeit
- Die Erwartungen von Risiko und Ertrag sind bei allen Investoren identisch
- Die Investoren können unbegrenzt Kapital mit einem risikofreien Zins aufnehmen
- Transaktionskosten und die Besteuerung von Einkünften werden vernachlässigt
- Leerverkäufe sind möglich

Die Grundgleichung des CAPM lautet wie folgt:<sup>18</sup>

$$\mu_i = r_f + (\mu_M - r_f) * \beta_i$$

Wobei:

$\mu_i$	= Die erwartete Rendite
$r_f$	= Der Zinssatz
$(\mu_M - r_f)$	= Die Überrendite des Marktportfolios
$\beta_i$	= Das systematische Risiko

Aus dieser Grundgleichung ergibt sich eine Wertpapiermarktlinie. Befinden sich dabei Portfolios ober- oder unterhalb dieser Linie, kommt es zu einer Korrektur des Kapitalmarktes. Wenn zwei Portfolios ein gleiches Risiko haben, das eine aber eine höhere Rendite verspricht, würde eine Investition in das Portfolio stattfinden, welches die höhere Rendite verspricht. Dadurch würde das Portfolio mit der höheren Rendite nach einer

---

<sup>15</sup> Vgl. (Specht & Gohut, 2009, S. 107 und 108)

<sup>16</sup> Vgl. (Steiner M., 1994, S. 27)

<sup>17</sup> Vgl. (Specht & Gohut, 2009, S. 108)

<sup>18</sup> Vgl. (Specht & Gohut, 2009, S. 114)

gewissen Zeit einen höheren Einstandspreis haben, sodass die ursprüngliche Rendite sinkt. Insgesamt pendeln die Portfolios sich auf Dauer auf der Wertpapiermarktklinie durch Angebot und Nachfrage ein, sodass Portfolios mit gleichem Risiko auch den gleichen Preis besitzen<sup>19</sup>.

### 7.3.2 Arbitrage-Pricing-Theorie (APT)

Die APT basiert darauf, dass es nur wenige systematische Komponenten des Risikos gibt. Eine große Anzahl von Portfolios, welche als Substitutionsgüter bezeichnet werden können, müssen den gleichen Wert haben.<sup>20</sup>

Die Varianz bei einem Arbitrageportfolio berechnet sich wie folgt:<sup>20</sup>

$$\sigma^2 = \frac{\mu^2 * c}{a * c - b^2}$$

Wobei:<sup>21</sup>

$$a = \sum_i^n \sum_j^n \mu_j * \sigma_{ij} * \mu_i$$

$$b = \sum_i^n \sum_j^n \mu_j * \sigma_{ij} * p_i$$

$$c = \sum_i^n \sum_j^n p_j * \sigma_{ij} * p_i$$

Mit:  $p = \text{Emissionspreis der einzelnen Aktie der Unternehmung}$

Das erwartete Endvermögen wird beschrieben mit:<sup>20</sup>

$$\mu = a * v$$

Wobei „v“ der Geldeinsatz ist, der investiert wird. Bei einem Einsatz von  $v = 0$  führt das dazu, dass der erwartete Ertrag, bei effizienten Portfolios, auch bei null liegt. Effiziente Arbitrage Portfolios kennzeichnen sich dadurch, dass kein Geldeinsatz gefordert ist, dafür aber auch kein Gewinn erzielt werden kann.<sup>20</sup>

Die Hauptaussagen der APT lassen sich wie folgt zusammenfassen: Die Renditen hängen nicht nur von einem Risikofaktor ab, sondern von mehreren. Durch

<sup>19</sup> Vgl. (Specht & Gohut, 2009, S. 115)

<sup>20</sup> Vgl. (Loistl, 1994, S. 293)

<sup>21</sup> Vgl. (Loistl, 1994, S. 272)

Arbitrageprozesse kommt es dazu, dass die Wertpapiere im Gleichgewicht bewertet werden. Das Risiko und die Rendite haben einen linearen Zusammenhang. Das Marktportfolio wird bei der APT nicht benötigt. Schlussendlich besteht die Rendite aus einem risikolosen Teil und verschiedenen Risikoprämien.<sup>22</sup>

Dadurch, dass die Renditen bei der APT von mehreren Risikofaktoren abhängig sind, stellt sich die Frage, welche es sind. Diese Frage ist noch unbeantwortet. Lediglich soll die Anzahl von betrachteten Faktoren nicht größer als fünf sein. Sie gliedern sich in makro- und mikroökonomische Faktoren. Mikroökonomische Faktoren sind dabei unter anderem z.B. der Verschuldungsgrad und die Dividendenrendite. Makroökonomische Faktoren sind z.B. die Zins- und die Inflationsentwicklung. Zudem hat man bei der APT das Problem, dass sich mit der Zeit die Faktoren, beziehungsweise die Wichtigkeit der Faktoren, verändern.<sup>23</sup>

### 7.3.3 Das Marktmodell

Das Marktmodell ist ein sogenanntes Einfaktormodell, mit welchem man den effizienten Rand bilden kann. Es versucht also, genauso wie die Portfoliotheorie von Markowitz, den effizienten Rand zu ermitteln. Wobei hier weniger Kennzahlen benötigt werden als bei Markowitz.<sup>24</sup> Das Marktmodell ist ein Einfaktormodell, da die Rendite lediglich von dem Risikofaktor, dem Marktindex, abhängt.

Das Marktmodell beschreibt den Zusammenhang zwischen der Rendite einer Anlage und der Rendite des Marktportfolios. Die Regressionsgleichung dazu lautet:<sup>25</sup>

$$R_{i,t} = \mu_i + \beta_i R_{M,t} + \varepsilon_{i,t}$$

Wobei:

$R_{i,t}$  = Überschussrendite der Anlage i in der Periode t

$R_{M,t}$  = Überschussrendite des Marktportfolios in der Periode t

$\mu_i$  = durchschnittliche erwartete Rendite der Anlage i unabhängig von der Marktrendite

$\beta_i$  = Sensitivität zwischen der Rendite der Anlage i und der Rendite des Marktportfolios

$\varepsilon_{i,t}$  = residuale Rendite in der Periode t mit einem Erwartungswert von null

---

<sup>22</sup> Vgl. (Steiner M. B., 2016, S. 30)

<sup>23</sup> Vgl. (Steiner M. B., 2016, S. 34 und 35)

<sup>24</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 192)

<sup>25</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 195)

Zur Berechnung des effizienten Randes sind bei dem Marktmodell  $3N+2$  Parameter notwendig. Wohingegen die Parameteranzahl nach Markowitz  $N^2/2+3N/2$  beträgt.<sup>26</sup> Im folgenden Diagramm ist der Zusammenhang deutlich zu erkennen. Die Parameterzahl nach Markowitz wächst mit der Wertpapierzahl überproportional. Bei dem Marktmodell wächst die Parameterzahl mit der Wertpapierzahl lediglich linear.

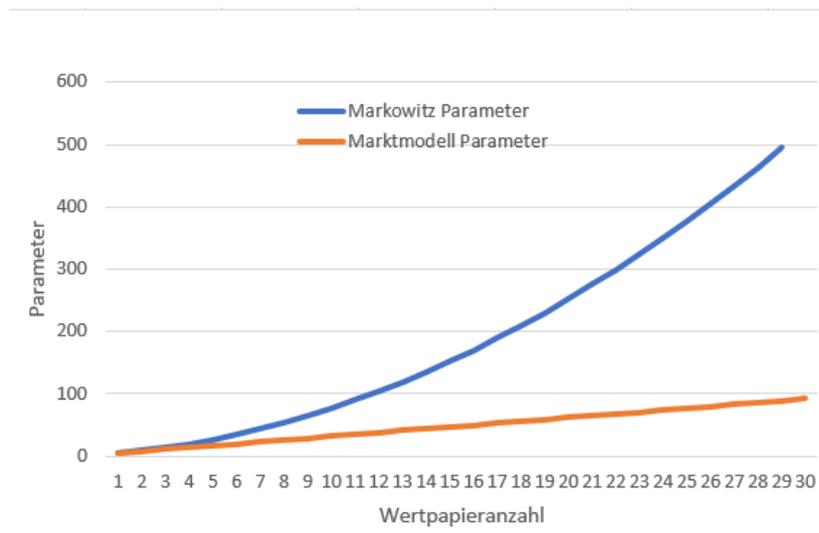


Abbildung 3: Markowitz-Parameter vs. Marktmodell-Parameter

Das Marktmodell weist jedoch auch Probleme auf. Es findet lediglich eine zweidimensionale Risikobetrachtung, zwischen dem Marktrisiko und dem unternehmensspezifischen Risiko, statt. So finden Ereignisse, welche nur einen bestimmten Bereich von Unternehmen beeinflussen und gleichzeitig kaum den Gesamtmarkt, keine Berücksichtigung.<sup>27</sup>

### 7.3.4 Barwertansatz

Der Barwertansatz ist der älteste Ansatz, der jemals entwickelt wurde, um ein Wertpapier zu bewerten. Bei der Betrachtung eines Wertpapiers ist der aktuelle Wert die Summe aller zukünftig erwarteten abgezinsten Vorteile. Der Zusammenhang lautet wie folgt:<sup>28</sup>

$$A_0 = \sum_{t=1}^n A_t * (1 + \text{geeignete Abzinsungsrate})^{-t}$$

Der Barwertansatz basierte ursprünglich auf der Bewertung von Anleihen. Dieser Ansatz wurde dann auf die Bewertung von Wertpapieren übertragen, was jedoch Probleme aufweist. Unter anderem stellt sich die Frage, was genau unter Vorteilen zu verstehen ist.

<sup>26</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 193 und 198)

<sup>27</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 199)

<sup>28</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 112)

Es könnten z.B. Dividenden, die ausgeschüttet werden, oder aber auch zukünftige Unternehmensgewinne sein. Sind außerdem Zeitpunkt und Höhe der Dividenden unsicher, so muss die Abzinsungsrate entsprechend angepasst werden. Werden erzielte Gewinne in das Unternehmen reinvestiert, anstatt in Form von Dividenden ausgeschüttet, könnte dies zu höheren zukünftigen Dividendenausschüttungen führen.<sup>29</sup>

Es kann folgende Schlussfolgerung geschlossen werden: „Die Wachstumsrate, und damit auch der Marktwert  $A_0$ , sind somit umso größer, je mehr Gewinnanteile zur Reinvestition im Unternehmen verbleiben und je höher die auf diese Investition erzielte Rendite  $r_I$  ist.“<sup>30</sup>

Unternehmen mit einer hohen Wachstumsprognose werden eher in ihr Unternehmen investieren, als eine Dividende auszuzahlen, um das potentielle Wachstum weiter zu fördern. Das führt jedoch zu dem Problem, dass bei einer vollständigen Investition der erzielten Gewinne in das eigene Unternehmen die Bewertung des Wertpapiers null betragen würde. In Wirklichkeit weisen diese Unternehmen aber keine Wertpapierpreise von null auf.<sup>31</sup>

Das Problem lässt sich gut an einem Beispiel zeigen: Es wird ein Unternehmen betrachtet mit einem Gewinn des letzten Jahres von 25 Geldeinheiten, wobei die Hälfte als Dividende ausgeschüttet wird. Die Abzinsungsrate beträgt 11,8% und das Wachstum wird auf 8% prognostiziert. Mit folgender Formel kann nun das Wertpapier bewertet werden:<sup>32</sup>

$$A_0 = D_0 * \frac{1 + g}{R_e - g}$$

Somit ist:

$$A_0 = 12,5 * \frac{1+0,08}{0,118-0,08} = 355,3$$

Wird die Ausschüttung des Wertpapiers immer weiter reduziert, wird anhand der Formel deutlich, dass die Bewertung des Wertpapiers gegen null geht. Bei komplettem Ausbleiben der Dividende wird das Wertpapier nach dem Barwertansatz auf null geschätzt.

Überträgt man das Prinzip auf ein gut diversifiziertes Portfolio ist nur das Restrisiko, welches als systematisches Risiko bezeichnet wird, entscheidend für die Abzinsungsrate

---

<sup>29</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 112-114)

<sup>30</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 117)

<sup>31</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 117)

<sup>32</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 116)

$R_e$ . Ohne eine Diversifikation eines Portfolios ist das Gesamtrisiko eines Wertpapiers entscheidend für die Risikoprämie.<sup>33</sup>

## **7.4 INVESTITIONSMÖGLICHKEITEN**

Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, um Geld in Wertpapiere anzulegen. In der Webanwendung wird dem Nutzer empfohlen, ETFs für eine passive Geldanlage zu nutzen und der Arero-Fonds wird als Referenzportfolio genutzt. Warum ETFs und der Arero-Fonds, wird in diesem Kapitel erklärt.

### **7.4.1 Fonds**

Der französische Begriff „Fonds“ bedeutet Kapital. Anleger investieren in einen Fonds bzw. Investmentfonds und die Fondsmanager investieren dieses Kapital in Wertpapiere, wie z.B. Aktien, Immobilien oder Renten.<sup>34</sup> Hierbei kann man zwischen verschiedenen Fondsarten unterscheiden: „Aktienfonds legen ihr Kapital überwiegend in Aktien an, Rentenfonds kaufen festverzinsliche Wertpapiere. Gemischte Fonds bestehen beispielsweise aus Aktien und festverzinslichen Wertpapieren.“<sup>35</sup>

Ein Fonds gilt als Sondervermögen und wird von einer Investmentgesellschaft verwaltet. Es gibt offene Fonds, wo die Anteile jederzeit gekauft und verkauft werden können, und geschlossene, die eine unternehmerische Beteiligung, mit einer meistens begrenzten Laufzeit, umfassen. Für diese Arbeit sind die offenen Fonds von Interesse. Anleger von Fonds erhalten für ihren Erwerb Anteilsscheine an dem Vermögen der Investmentgesellschaft. Wenn der Fonds Erträge erzielt, z.B. durch Kursgewinne, Dividenden oder Zinsen, werden diese entweder ausgeschüttet an die Anteilseigner, also die Besitzer der Anteilsscheine, oder in den eigenen Fonds reinvestiert, wodurch der Wert der Fondsanteile steigt.<sup>36</sup>

### **7.4.2 ETFs**

ETFs, kurz für „Exchange Traded Funds“, zu Deutsch „börsengehandelter Fonds“, sind an der Börse gehandelte Indexfonds. Sie versuchen, die Entwicklung von Indexen, wie z.B. des DAX, des TecDax oder des Euro Stoxx50, so genau wie möglich abzubilden. Dies geschieht beispielsweise durch den Erwerb sämtlicher Wertpapiere des Index, in der entsprechenden Gewichtung. Das wird möglichst kostengünstig getan und dabei wird nicht versucht, den Markt zu schlagen.<sup>37</sup>

---

<sup>33</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 122)

<sup>34</sup> Vgl. (Fonds Definition und Erklärung im boerse.de Lexikon, abgerufen am 11.07.2018)

<sup>35</sup> (Fonds Definition und Erklärung im boerse.de Lexikon, abgerufen am 11.07.2018)

<sup>36</sup> Vgl. (Investmentfonds - Börsenlexikon der FAZ - FAZ.NET, abgerufen am 11.07.2018)

<sup>37</sup> Vgl. (Borse, Vogt, Kraus, & Wojcik, 2014, S. 2) und (Weber, Genial einfach investieren | Mehr müssen Sie nicht wissen – das aber unbedingt, 2007, S. 73)

ETFs unterscheiden sich von normalen Fonds dadurch, dass der Kurs fast minütlich festgestellt werden kann. So weiß der Anleger beim Kauf sofort, zu welchem Kurs er eingekauft hat (trifft bei konventionellen Investmentfonds oder Indexfonds nicht zu). Die Depotbewertung beim Internet-Banking ist somit auch genauer, was für passive Buy-and-Hold-Anleger allerdings nicht so relevant ist (also für diese Arbeit auch weniger). Weiterhin werden ETFs über die Börse gehandelt, normale Investmentfonds nicht, damit haben sie keine Ausgabeaufschläge. Im Gegensatz zu Indexfonds sind ETFs auch Sondervermögen.<sup>38</sup>

„Mit ETFs können Investoren auf unterschiedlichste Anlageklassen setzen: auf Aktien von Industrie- und Schwellenländern, auf Staats- und Unternehmensanleihen, auf Geldmarktpapiere oder Rohstoffindizes. Auch alternative Investmentstrategien sind möglich, z. B. kann mit dem Kauf eines Strategie-ETFs an der Entwicklung einer ganzen Branche partizipiert, die Volatilität reduziert oder der Schwerpunkt auf renditestarke Unternehmen gelegt werden.“<sup>39</sup>

Vorteile von ETFs sind, dass sie zum einen wie Aktien gehandelt werden können, obwohl sie die Diversifikationsvorteile von Investmentfonds haben und somit die Transaktionskosten gering sind. Zum anderen liegen dabei die Renditen normalerweise nie unter der Marktperformance, da der Marktdurchschnitt von den ETFs genau abgebildet wird.<sup>40</sup>

ETFs wurden dem User also empfohlen, da sie sich für passive Geldanlagen anbieten. Dies liegt daran, dass sie gut diversifiziert sind und ein geringes Risiko haben, was auch ein Hauptaugenmerk dieser Arbeit ist.

#### **7.4.3 Arero – Der Weltfonds**

Der Arero-Fonds ist ein vom Mannheimer Wirtschaftsprofessor Martin Weber gemanagter Indexfonds und ist ein Akronym für Aktien, Renten und Rohstoffe. Er soll die Wertentwicklung von diesen Anlagen in einem erprobten Mischverhältnis vereinen. Dabei wird auf hohe Diversifikation, niedrige Kosten und eine passive Anlagephilosophie gesetzt.<sup>41</sup> Es wird also auf sehr ähnliche Werte wie in dieser Bachelorarbeit gesetzt.

Martin Weber verfolgt bei dem Fonds eine „wissenschaftlich begründete“ passive Anlagephilosophie. Er versucht also nicht, Marktentwicklungen vorherzusagen. Weiterhin teilt er das Vermögen in verschiedene Regionen und Anlageklassen, also Aktien, Renten und Rohstoffe, auf. Es wird versucht, das Risiko durch Diversifikation zu minimieren.

---

<sup>38</sup> Vgl. (Kommer, 2011, S. 178)

<sup>39</sup> (Borse, Vogt, Kraus, & Wojcik, 2014, S. 3)

<sup>40</sup> Vgl. (Weber, Genial einfach investieren | Mehr müssen Sie nicht wissen – das aber unbedingt, 2007, S. 73) und (Borse, Vogt, Kraus, & Wojcik, 2014, S. 3)

<sup>41</sup> Vgl. (Weber, ARERO - Startseite, abgerufen am 13.07.2018)

Anlageklassen werden über die Nachbildung von bereits diversifizierten Indizes in den Arero-Fonds aufgenommen.<sup>42</sup>

Der Arero-Fonds wird zweimal im Jahr angepasst. Dabei werden die von Martin Weber als ideal angesehenen Gewichte von 60% in Aktien, 25% in Renten und 15% in Rohstoffen wieder auf diese zurückgesetzt, sollten sie sich verschoben haben. Diese Aufteilung wird genutzt, da die verwendeten Anlagen sich in der Vergangenheit größtenteils unabhängig oder gegenläufig entwickelt haben. Es werden also verschiedene Anlagentypen genutzt, um zu diversifizieren.<sup>43</sup>

Der Aktien-Anteil bezieht Aktien aus Europa, Nordamerika, dem Pazifik und den Schwellenländern ein. Der Renten-Anteil besteht aus mehr als 200 Staatsanleihen von elf Ländern mit unterschiedlichen Laufzeiten. Der Rohstoff-Anteil setzt sich zusammen aus Energie, Erd- und Industriemetallen, Agrarrohstoffen und Lebendvieh.<sup>44</sup>

Der Arero-Fonds wird in dieser Bachelorarbeit als Referenzportfolio genutzt, da er erfolgreich nach der Maxime der Risikominimierung arbeitet, was sich später auch in den Kennzahlen widerspiegelt.

## **7.5 WEITERES**

### **7.5.1 Leerverkäufe**

Leerverkäufe sind für diese Arbeit relevant, da die Berechnung dieser Arbeit unter Umständen negative Anteile für bestimmte Wertpapiere bestimmen kann. In diesem Fall muss man „gegen“ diese Wertpapiere investieren, man muss sie also leerverkaufen.

Leerverkäufe sind eine Möglichkeit, von fallenden Kursen zu profitieren, also den fallenden Kursen zum Trotz eine Rendite zu erzielen. Die Funktionsweise ist dabei wie folgt: Der Investor wendet sich z.B. an eine Bank. Diese überlässt ihm ein Wertpapier zur Nutzung. Sie vermietet es sozusagen gegen Zinsen. Der Investor verkauft das Wertpapier sofort zu dem momentanen Kurs. Bevor die Mietdauer zu Ende ist, kauft er nun das Wertpapier wieder ein, wieder zu dem aktuellen Kurs und gibt dieses wieder an die Bank zurück. War der frühere Verkaufspreis höher als der spätere Kaufpreis, hat der Käufer einen Gewinn erzielt.<sup>45</sup> Er hat also von einem fallenden Kurs profitiert. Das bezieht natürlich nicht die Leihgebühren der Aktien ein.

---

<sup>42</sup> Vgl. (Weber, Wissenschaftlich | ARERO, abgerufen am 13.07.2018)

<sup>43</sup> Vgl. (Weber, Einfach | ARERO, abgerufen am 13.07.2018)

<sup>44</sup> Vgl. (Warnecke, abgerufen am 13.07.2018)

<sup>45</sup> Vgl. (Reifner, 2010, S. 284)

Leerverkäufe bieten hohe Risiken, da bei steigenden Kursen eine Nachschusspflicht besteht.<sup>46</sup> Wenn der Wert des Wertpapiers über den ursprünglichen Investitionswert gestiegen ist, anstatt zu fallen, ist der Investor verpflichtet, die Wertpapiere trotz des Mehrwertes zu kaufen und zurück zu erstatten. Es besteht also kein Schutz für den Investor. Im Gegensatz zu einer normalen Investition in ein Wertpapier, wo das Verlustrisiko maximal 100% ist, kann bei einem Leerverkauf aufgrund der Nachschusspflicht der Verlust auf über 100% steigen, das theoretische Verlustpotential ist unbegrenzt.<sup>47</sup> Investiert man klassisch beispielhaft 50€ in ein Wertpapier und der Kurs fällt auf null, hat man mit 50€ den maximalen Verlust erlitten. Wenn man bei einem Leerverkauf ein Wertpapier für 50€ von einer Bank ausleiht, sofort leer verkauft und einen Kursgewinn von 400% erfährt, hat man einen Verlust von 150€ erlitten. Der maximal denkbare Verlust kann noch höher steigen. „Darüber hinaus besteht auch das Risiko, dass die Aktie zwischenzeitlich ganz oder auch nur vorübergehend vom Handel ausgesetzt wird. Hierdurch entfällt jedoch die Eindeckungsverpflichtung nicht.“<sup>48</sup> Ein Leerverkauf ist also um ein Vielfaches risikoreicher als ein normaler Wertpapierkauf.<sup>49</sup>

## 8 MATHEMATIK DES PORTFOLIOTHEORETISCHEN ANSATZES

---

In diesem Kapitel wird die Mathematik des portfoliotheoretischen Ansatzes aus Kapitel 7.1 erläutert und an einem Beispiel erklärt. Dies ist die Mathematik, die hinter der Webanwendung steht, also auf dem Server durchgeführt wird, und ist damit die Grundlage für diese Bachelorarbeit.

### 8.1 KENNZAHLEN EINZELNER ASSETS

Für die Berechnung im Portfolio werden folgende Kennzahlen benötigt:

- Die erwartete Rendite eines Wertpapiers
- Die Standardabweichung bzw. das Risiko eines Wertpapiers
- Die Korrelationskoeffizienten zwischen den Wertpapieren

#### 8.1.1 Erwartete Rendite

Bevor die erwartete Rendite einzelner Wertpapiere bestimmt werden kann, müssen zunächst einmal die historischen Renditen berechnet werden. Hierfür werden in dieser

---

<sup>46</sup> Vgl. (Nachschusspflicht, abgerufen am 14.01.2019)

<sup>47</sup> Vgl. (Wo liegen die Risiken bei einem Leerverkauf? - Consorsbank Wissenscommunity, abgerufen am 14.01.2019)

<sup>48</sup> (Wo liegen die Risiken bei einem Leerverkauf? - Consorsbank Wissenscommunity, abgerufen am 14.01.2019)

<sup>49</sup> Dieser Absatz wurde nachträglich hinzugefügt

Arbeit immer die Tagesrenditen verwendet, um eine möglichst genaue Berechnung zu ermöglichen.

„Die Rendite einer Anlage ergibt sich allgemein als Gewinn, bezogen auf das eingesetzte Kapital.“<sup>50</sup> Als Formel ergibt sich:<sup>51</sup>

$$(1) \text{ Rendite (in \%)} = \frac{\text{Gewinn}}{\text{Kapitaleinsatz}} * 100$$

Der Gewinn setzt sich wiederum aus Dividenden und Kapitalgewinnen- oder Verlusten (Kapitalerfolg) zusammen. Der Kapitalerfolg errechnet sich durch Preisveränderungen innerhalb der Periode, also den Kursen. Hierzu vergleicht man den Preis am Ende des Tages (die ausgewählte Zeitperiode) mit dem am Ende des Tages davor. Die Differenz ist der Gewinn, sollte der Kurs gestiegen bzw. der Verlust, sollte der Kurs gefallen sein.<sup>52</sup>

Die **Tagesrendite**  $r$  pro Tag  $i$  berechnet sich wie folgt:<sup>53</sup>

$$(2) \quad r_i = \frac{P_n - P_0 + \sum_{t=0}^n D_t}{P_0}$$

Wobei:

$P_n =$  Preis des Wertpapiers zum Ende des Tages

$P_0 =$  Preis des Wertpapiers zu Beginn des Tages (Ende des letzten Tages)

$\sum_{t=0}^n D_t =$  kumulierte Dividendenrendite des Tages

Dadurch, dass mit Tagesdaten gerechnet wird, ergeben sich sehr viele Renditen, was die Berechnung einer erwarteten Rendite vereinfacht. Durch Anwendung der „klassischen“ Stichprobentheorie kann diese nun relativ einfach und adäquat geschätzt werden.<sup>54</sup>

Mit den Tagesrenditen errechnet man, bei  $N$  Tagen, die **erwartete Tagesrendite**  $\mu_t$  wie folgt:<sup>55</sup>

---

<sup>50</sup> (Steiner & Bruns, 2002, S. 52)

<sup>51</sup> Vgl. (Steiner & Bruns, 2002, S. 52)

<sup>52</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 2f)

<sup>53</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 124) und (Mondello, 2015, S. 3)

<sup>54</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 132 f)

<sup>55</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 133)

$$(3) \quad \mu_t = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N r_i$$

Diese erwartete Tagesrendite wird nun auf die Jahresrendite erweitert, um eine generelle Kennzahl zu haben, mit der später weitergerechnet werden kann und die aussagekräftiger ist als die erwartete Tagesrendite, da diese für gewöhnlich sehr klein und nicht so gut vergleichbar ist.<sup>56</sup> Weiterhin erscheint es sinniger, mit der Jahresrendite zu rechnen, da die Tagesrendite für gewöhnlich sehr klein ist. Sie ergibt sich, indem die erwartete Tagesrendite  $\mu_t$  mit der Anzahl der Berechnungszeiträume pro Jahr multipliziert wird. Für Tagesrenditen werden für gewöhnlich einfach 250 Berechnungszeiträume pro Jahr genommen<sup>57</sup>

Die **erwartete Jahresrendite** (fortlaufend einfach  $\mu$ ) errechnet man wie folgt:<sup>58</sup>

$$(4) \quad \mu = 250 * \mu_t$$

Es ist auch möglich, die erwartete Rendite mittels der Erwartungsbildung zu kalkulieren, bei der verschiedene Szenarien mit bestimmten Eintrittswahrscheinlichkeiten ermittelt werden und somit ein entsprechender wahrscheinlicher Durchschnitt berechnet werden kann.<sup>59</sup> Dies war allerdings durch technische Einschränkungen nicht möglich und, dadurch dass Tagesdaten genutzt wurden, auch unwichtig.<sup>54</sup>

## 8.1.2 Standardabweichung bzw. Volatilität (Risiko)

### 8.1.2.1 Varianz $\sigma^2$

Für die Standardabweichung wird zunächst die Varianz benötigt. Um die Tagesvarianz zu ermitteln, werden alle Tagesrenditen und der Mittelwert der Tagesrenditen, die die erwartete Tagesrendite  $\mu_t$  (3) ist, benötigt. Der Nenner, also die Anzahl der Tage N, wird um 1 minimiert, da es sich bei dieser Rechnung nicht um die Grundgesamtheit, sondern eine Stichprobe handelt<sup>60</sup>, denn die Berechnung wird nur für fünf Jahre durchgeführt.

Die Quadrierung der Abweichung wird durchgeführt, damit sich positive und negative Abweichungen nicht gegenseitig aufheben, da durch die Quadrierung alle Abweichungen positiv werden, und damit größere Abweichungen stärker gewichtet werden. Das ist auch konsistent mit dem Risikobegriff, da größere Abweichungen auch eine höhere Verlustgefahr darstellen.<sup>60</sup>

<sup>56</sup> Vgl. (Steiner & Bruns, 2002, S. 60)

<sup>57</sup> Vgl. (Perridon & Steiner, 2002, S. 336) und (Steiner & Bruns, 2002, S. 61)

<sup>58</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 134) und (Perridon & Steiner, 2002, S. 336)

<sup>59</sup> Vgl. (Spermann, 2008, S. 84 ff) und (Steiner & Uhler, 2001, S. 130 f)

<sup>60</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 12)

Die **Tages-Varianz**  $\sigma_t^2$  berechnet sich wie folgt:<sup>60 61</sup>

$$(5) \quad \sigma_t^2 = \frac{1}{N-1} * \sum_{i=1}^N (r_i - \mu_t)^2$$

### 8.1.2.2 Standardabweichung $\sigma$

Die Varianz ist als Risikomaß für diesen Anwendungsfall allerdings untauglich, da sie nicht die gleiche Einheit hat wie die Rendite, die in Prozent angegeben wird. Die Varianz wiederum ist die durchschnittliche quadrierte Renditeabweichung. Man zieht also die Quadratwurzel aus dieser, um die Standardabweichung zu erhalten, die die gleiche Einheit wie bei den Renditen hat (Prozent).<sup>62</sup>

Die **Tages-Standardabweichung**  $\sigma_t$  berechnet sich wie folgt:

$$(6) \quad \sigma_t = \sqrt{\sigma_t^2}$$

Wie schon bei der Rendite, wird nun auch die Jahresstandardabweichung, aus den gleichen Gründen berechnet. Annualisierte Standardabweichungen werden auch Volatilität genannt. Sie ergibt sich, indem die Tages-Standardabweichung mit der Quadratwurzel aus der Anzahl der Berechnungszeiträume, wieder 250<sup>57</sup>, multipliziert wird. Es wird die Quadratwurzel aus 250 genommen, da die Standardabweichung auch die Quadratwurzel der Varianz ist.<sup>63</sup>

Die **Volatilität bzw. Jahres-Standardabweichung**  $\sigma$  (fortlaufend einfach  $\sigma$ ) berechnet sich wie folgt:<sup>57 64</sup>

$$(7) \quad \sigma = \sigma_t * \sqrt{250}$$

### 8.1.3 Korrelationskoeffizient

#### 8.1.3.1 Kovarianz

Um den Korrelationskoeffizienten zu berechnen, wird zunächst die Kovarianz benötigt. Diese Kennzahlen werden benötigt, da das Risiko des Portfolios nicht allein von der Standardabweichung der einzelnen Wertpapiere abhängt, sondern ebenfalls von der Beziehung zwischen den Renditen zweier Wertpapiere, welche durch die Kovarianz bzw. der Korrelation gemessen werden kann.<sup>65</sup> „Eine positive Korrelation bedeutet, dass sich

---

<sup>61</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 133)

<sup>62</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 13)

<sup>63</sup> Vgl. (Steiner & Bruns, 2002, S. 60)

<sup>64</sup> Vgl. (Steiner M. B., 2016, S. 61)

<sup>65</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 109); Vergleiche auch Kapitel 7.1

über eine gewisse Zeitspanne die Renditen von zwei Anlagen mehrheitlich in dieselbe Richtung wie ihre erwarteten Renditen bewegen. Demgegenüber zeigt eine negative Kovarianz, dass sich zwei Renditen in Bezug auf ihre erwarteten Renditen in gegensätzliche Richtungen bewegen.“<sup>66</sup>

Die **Kovarianz**  $\sigma_{ij}$  zwischen zwei Wertpapieren i und j berechnet sich wie folgt:<sup>67</sup>

$$(8) \quad \sigma_{ij} = \frac{1}{N-1} * \sum_{n=1}^N (r_{i,n} - \mu_{ti}) * (r_{j,n} - \mu_{tj})$$

Wobei

$N$  = Anzahl der Tage (N-1, weil es sich um eine Stichprobe handelt)

$r_{i,n}$  = Rendite des Wertpapiers i zum n-ten Tag

$\mu_{ti}$  = erwartete Tagesrendite des Wertpapiers i

### 8.1.3.2 Korrelationskoeffizient

Die Kovarianz wird nun in den Korrelationskoeffizienten umgerechnet, da bei diesem die Kovarianz-Eigenschaften leichter zu beurteilen sind, denn Korrelationskoeffizienten können nur Werte zwischen +1 und -1 annehmen.<sup>68</sup> „Ein Wert von +1 ist als vollständiger Gleichlauf zweier Größen zu interpretieren. Ein Wert von null bedeutet vollständige Unabhängigkeit der betrachteten Größen. Dementsprechend bewegen sich bei einem Korrelationskoeffizienten von -1 die entsprechenden Werte gegenläufig. [...] Während die Kovarianz eine absolute Größe darstellt, handelt es sich bei dem Korrelationskoeffizienten um eine relative Größe“.<sup>69</sup> Die Kovarianz wird relativiert, indem sie durch das Produkt der Tages-Standardabweichung der jeweiligen Wertpapiere dividiert wird.

Der **Korrelationskoeffizient**  $\rho_{ij}$  zwischen zwei Wertpapieren i und j berechnet sich wie folgt:<sup>70</sup>

$$(9) \quad \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{ti} * \sigma_{tj}}$$

<sup>66</sup> (Mondello, 2015, S. 109)

<sup>67</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 109) und (Steiner & Uhlir, 2001, S. 138)

<sup>68</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 138)

<sup>69</sup> (Steiner & Bruns, 2002, S. 70)

<sup>70</sup> Vgl. (Steiner & Bruns, 2002, S. 70), (Mondello, 2015, S. 110) und (Steiner & Uhlir, 2001, S. 131)

## 8.2 BEISPIELRECHNUNG

### 8.2.1 Generelles zu dem Beispiel

Zur Verdeutlichung der Berechnung wurde eine Beispielrechnung mit echten Kursdaten durchgeführt. Diese historischen Daten wurden von Alpha Vantage bezogen, da dies auch die API ist, mit der in der Webanwendung dieser Arbeit gearbeitet wird. Beim Arero-Fonds allerdings kann Alpha Vantage keine historischen Daten ausgeben, deswegen wurden diese von ariva.de bezogen. Eine Übersicht folgt noch.

Es wurden immer jeweils die Schlusskurse am Ende eines Tages und die kumulierte Dividende für den Tag betrachtet. Es werden die Daten vom 29.05.2013 bis zum 11.07.2018 untersucht. Dabei gibt es jeweils 1264 Datensätze für die drei Beispiel-Wertpapiere. Beim Arero-Fonds gibt es 30 Kursdaten mehr, es fehlen also ein paar Daten für die Beispiel-Wertpapiere. Der Grund dafür ist, dass bei Alpha Vantage teilweise bei Wertpapieren einige Tage fehlen. Diese Fehltage sind allerdings nicht konsistent und von Wertpapier zu Wertpapier unterschiedlich. Sie mussten auch bei den anderen Wertpapieren gelöscht werden, da sonst die Kovarianz-Berechnung verfälscht wäre. Beim Arero-Fonds ist das nicht von Bedeutung, da zwischen den Beispiel-Wertpapieren und dem Arero-Fonds keine Kovarianz berechnet werden muss. In der Anwendung werden erst mit allen Daten die Rendite und Standardabweichung berechnet. Dann werden erst für die Berechnung der Kovarianz die Daten gelöscht, die überzählig sind, um eine möglichst genaue Berechnung zu haben.

Ein weiteres Problem von Alpha Vantage ist, dass es für manche Tage keine Werte für den Schlusskurs zurückgibt. Es wird in dem Fall der Open-Wert des Folgetages genommen. Ist dieser auch nicht vorhanden, so wird der Durchschnitts-Wert zwischen dem Tag davor und dem danach gebildet.

### 8.2.2 Die Beispiel-Wertpapiere

Die betrachteten Wertpapiere sind die folgenden:

- Arero – der Weltfonds<sup>71</sup>
  - Vergleiche Kapitel 7.4.3
  - Das Referenzportfolio.
- iShares TecDAX UCITS ETF<sup>72</sup>
  - „Der TecDAX® Index bietet Zugang zu den 30 größten und meist gehandelten Technologie-Unternehmen, die im Prime Standard der Börse

---

<sup>71</sup> Vgl. (ARERO - Der Weltfonds (WKN: DWS0R4, ISIN: LU0360863863) - historische Kurse - Aktien, Aktienkurse - ARIVA.DE, abgerufen am 11.07.2018) und (Weber, ARERO - Startseite, abgerufen am 13.07.2018)

<sup>72</sup> Vgl. (Alphavantage - EXS2.DE, abgerufen am 11.07.2018)

Frankfurt gelistet sind und nach Größe und Handelsumsatz kleiner als die DAX-Werte sind.“<sup>73</sup>

- In der Beispielrechnung „x1“.
- BDCL | 2xLeveraged Long Wells Fargo<sup>74</sup>
  - „The ETRACS 2X Leveraged Long Wells Fargo Business Development Company ETN provides 2x leveraged exposure to a market-cap-weighted index of business development companies listed on the NYSE or the NASDAQ.“<sup>75</sup>
  - In der Beispielrechnung „x2“.
- Lyxor S&P 500 VIX Futures Enhanced Roll UCITS ETF<sup>76</sup>
  - „Der S&P 500 VIX Futures Enhanced Roll Index ermöglicht es dem Anleger in die erwartete Volatilität des S&P 500 Index zu investieren. Der Index versucht durch die Nutzung von kurz- oder mittelfristigen Future-Kontrakten, die Roll-Kosten zu optimieren.“<sup>77</sup>
  - In der Beispielrechnung „x3“.

Eine Excel-Datei mit allen 1300 Kurs-Daten und Berechnungen zu den Kennzahlen und Portfolios liegt im Anhang der CD.

Der Verlauf der Kurse sieht wie folgt aus:

---

<sup>73</sup> (iShares TecDAX UCITS ETF (DE) | 593397 | DE0005933972 - justETF, abgerufen am 13.07.2018)

<sup>74</sup> Vgl. (Alphavantage - BDCL, abgerufen am 11.07.2018)

<sup>75</sup> (BDCL ETF Report: Ratings, Analysis, Quotes, Holdings | ETF.com, abgerufen am 13.07.2018)

<sup>76</sup> Vgl. (Alphavantage - LVO.MI, abgerufen am 11.07.2018)

<sup>77</sup> (Lyxor s&P 500 VIX Futures Enhanced Roll UCITS ETF (Lux) C-EUR | LYX0PM | LU0832435464 - justETF, abgerufen am 13.07.2018)

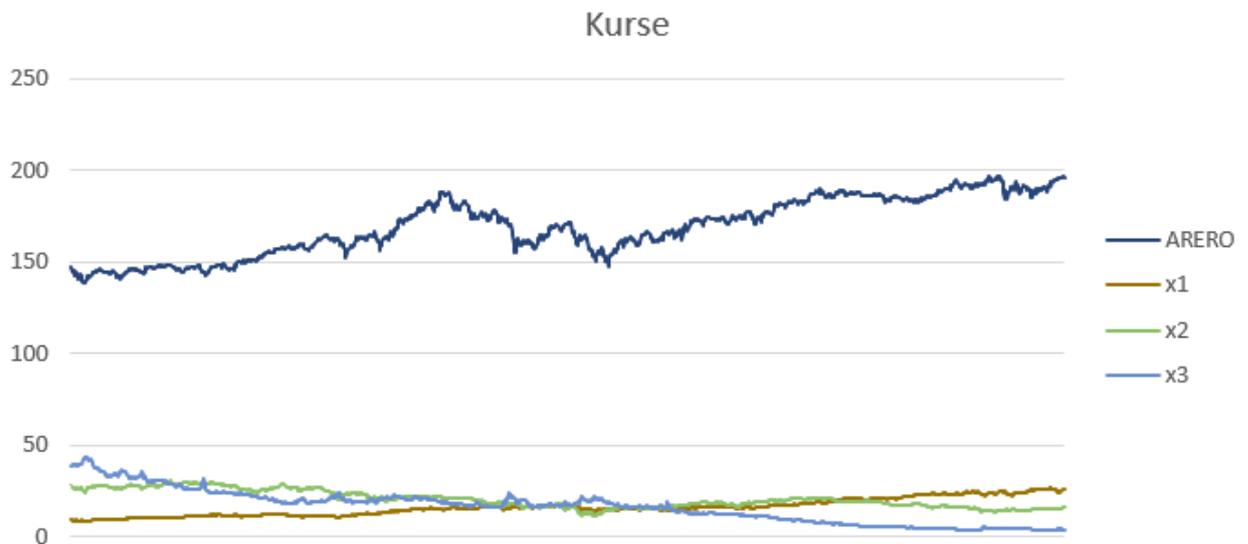


Abbildung 4: Verlauf der Kurse der Beispiel-Wertpapiere

Man erkennt direkt, dass x1 stark ansteigt, x2 leicht abfällt und x3 stark abfällt. Es ist zu beachten, dass x2 Dividenden ausschüttet, was bei der Rendite-Berechnung eine Relevanz findet. Der Arero-Fonds steigt auch, allerdings nicht so stark wie x1, da er einen viel höheren Kurswert hat und dementsprechend verhältnismäßig nicht so stark ansteigt. Die Zeitachse auf der x-Achse wurde weggelassen, da sie unübersichtlich wäre. Der Zeitraum ist der vom 30.05.2013 bis zum 11.07.2018.

### 8.3 BEISPIELRECHNUNG zu den Kennzahlen

#### 8.3.1 Erwartete Rendite

Zur Berechnung der erwarteten Rendite werden erst alle Tagesrenditen benötigt. Hier sind beispielhaft die Kursdaten von x2 zwischen dem 09.07.2013 und dem 15.07.2013:

09.07.2013	27.77	0
10.07.2013	27.88	0
11.07.2013	27.17	1.0485
12.07.2013	27.43	0
15.07.2013	27.78	0

Abbildung 5: Kursdaten von x2

Mit Formel 3 werden nun folgende vier **Tagesrenditen**  $r_t$  berechnet:

$$\text{Am 10.07.2013: } r_{29} = \frac{27.88 - 27.77}{27.77} = 0.003961109$$

$$\text{Am 11.07.2013: } r_{30} = \frac{27.17 - 27.88 + 1.0485}{27.88} = 0.01214132$$

$$\text{Am 12.07.2013: } r_{31} = \frac{27.43 - 27.17}{27.17} = -0.007919366$$

$$\text{Am 15.07.2013: } r_{32} = \frac{27.78 - 27.43}{27.43} = 0.007619739$$

Es kann also positive Renditen ( $r_{29}$ ) und negative Renditen ( $r_{31}$ ) geben. Weiterhin kann es Renditen geben, die nach dem Kursverlauf eigentlich negativ wären, aber durch eine Dividende positiv sind ( $r_{30}$ ).

Die Tagesrenditen im Verlauf sehen wie folgt aus:

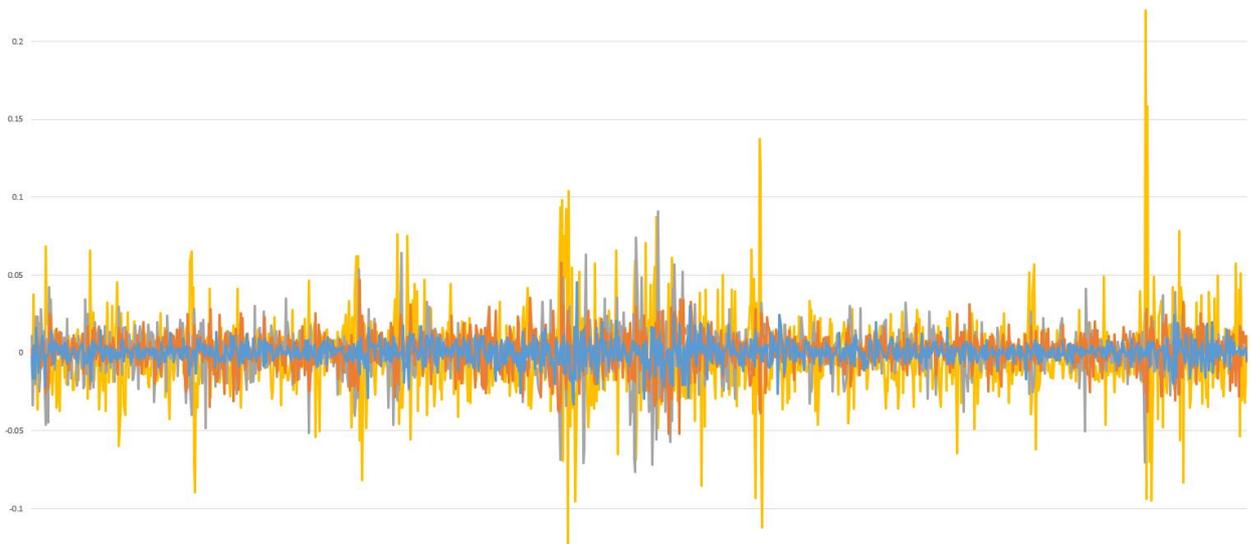


Abbildung 6: Verlauf der Tagesrenditen

Dabei schwankt x3 am meisten (gelb), danach x2 (grau), dann x1 (orange) und der Arero-Fonds (blau) schwankt am wenigsten. Dies spiegelt sich später auch in der Standardabweichung wieder.

Nun kann also die erwartete Tagesrendite berechnet werden. Dabei ist  $N = 1263$  (bzw. 1294 beim Arero-Fonds). Das ist einer weniger, als es Kurse gibt.  $N$  muss dann nochmal um Eins minimiert werden, da es sich um eine Stichprobe handelt. Beispielfhaft an x2 berechnet man die **erwartete Tagesrendite**  $\mu_t$  wie folgt (vgl. Formel 3):

$$\begin{aligned} \mu_{tx2} &= \frac{0.010893246 + \dots + 0.003961109 + 0.01214132 - 0.007919366 + \dots + 0.003136763}{1263 - 1} \\ &= 0.000332088 \end{aligned}$$

Die erwartete Jahresrendite für x2 berechnet sich dann wie folgt (vgl. Formel 4):

$$\mu_{x2} = 250 * 0.000332088 = 0.083022108$$

Die erwartete Jahresrendite für x2 beträgt also 8,3%.

### 8.3.2 Standardabweichung

Die **Tagesvarianz**  $\sigma^2_t$  berechnet sich, am Beispiel x2, wie folgt (vgl. Formel 5):

$$\sigma^2_{tx2} = \frac{(0.010893246 - 0.000332088)^2 + \dots + (0.003136763 - 0.000332088)^2}{1263 - 1}$$

$$= 0.00023107$$

Daraus ergibt sich folgende **Tages-Standardabweichung**  $\sigma_t$  (vgl. Formel 6):

$$\sigma_{tx2} = \sqrt{0.00023107} = 0.15200979$$

Daraufhin wird zuletzt die **Jahres-Standardabweichung**  $\sigma$  berechnet (vgl. Formel 7):

$$\sigma_{x2} = 0.15200979 * \sqrt{250}$$

### 8.3.3 Korrelationskoeffizient

Wird die **Kovarianz**  $\sigma_{ij}$  zwischen x2 und x3 berechnet, sieht das wie folgt aus (vgl. Formel 8):

$$\sigma_{x2x3} = \frac{(0.010893246 - 0.000332088) * (-0.008218826 - (-0.001504096)) + \dots}{1263 - 1}$$

$$= -0.000124982$$

Dabei ist -0.001504096 die erwartete Tagesrendite von x3. Bei x3 wird also ein Verlust prognostiziert.

Nun muss noch der **Korrelationskoeffizient**  $p_{ij}$  zwischen x2 und x3 berechnet werden (vgl. Formel 9):

$$p_{x2x3} = \frac{-0.000124982}{0.015200979 * 0.024735119} = -0.332400691$$

Die beiden Wertpapiere korrelieren also leicht negativ.

### 8.3.4 Alle Werte im Überblick

Alle errechneten Kennzahlen im Überblick:

	Tagesvarianz $\sigma^2_t$	Standardabweichung $\sigma_t$	Standardabweichung $\sigma$	erwartete Tagesrendite	erwartete Rendite $\mu$
ARERO	4.76908E-05	0.006905849	0.109191064	0.00022569	0.056422493
x1	0.000136261	0.011673089	0.184567735	0.000886406	0.22160149
x2	0.00023107	0.015200979	0.240348577	0.000332088	0.083022108
x3	0.000611826	0.024735119	0.391096572	-0.001504096	-0.376024057

Abbildung 7: Standardabweichungen und erwartete Renditen

	$\sigma_{ij}$	$\rho_{ij}$
x1x2	5.96132E-05	0.335958319
x1x3	-0.000158163	-0.547780266
x2x3	-0.000124982	-0.332400691

Abbildung 8: Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten

Bei dem Korrelationskoeffizienten wurde der Arero-Fonds nicht berücksichtigt, da er lediglich als Referenzportfolio gilt.

Alle Kennzahlen nochmal grafisch aufbereitet:

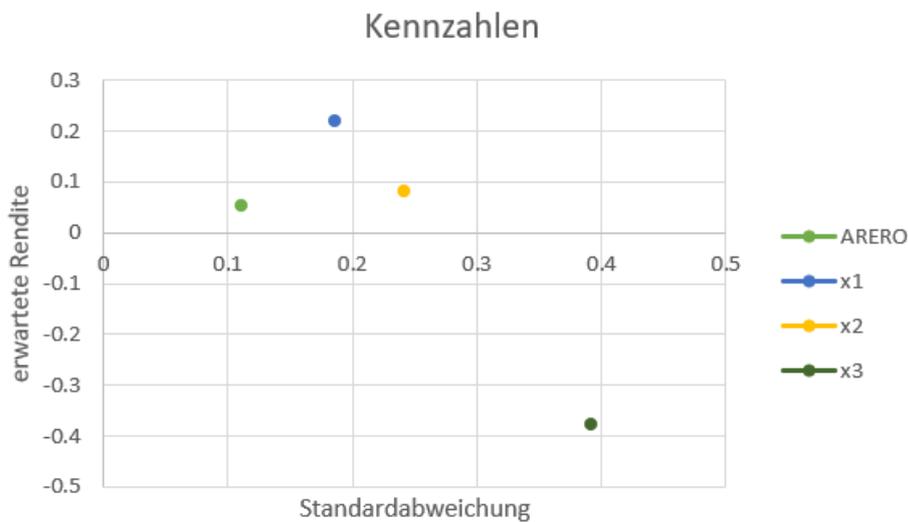


Abbildung 9: Kennzahlen in grafischer Übersicht

Man sieht, dass das Referenzportfolio die geringste Standardabweichung hat, dafür aber eine sehr geringe erwartete Rendite. x1 hat sowohl, von den Beispiel-Wertpapieren, die geringste Standardabweichung, als auch die höchste erwartete Rendite. x2 hat zwar eine bessere erwartete Rendite als das Referenzportfolio, aber auch eine mehr als doppelt so hohe Standardabweichung. Was hierbei auffällig ist: Würde x2 keine Dividende ausschütten, wäre die erwartete Rendite bei ca. -7%, die Standardabweichung und die Korrelationskoeffizienten aber ungefähr gleich. x3 hat sowohl die höchste Standardabweichung, als auch mit Abstand die schlechteste Rendite. Dadurch, dass sie aber negativ korreliert mit den anderen Wertpapieren, die untereinander positiv korrelieren, bietet sie sich trotzdem an, um mit ihr und den anderen Wertpapieren ein Portfolio zu eröffnen, da so diversifiziert werden kann. Durch die Standardabweichung wird im Übrigen die Tendenz, die in *Abbildung 6: Verlauf der Tagesrenditen* zu sehen war, deutlich gespiegelt: x3, was die stärksten Ausschwankungen hatte, hat die größte Standardabweichung und das Referenzportfolio, was die geringsten Ausschwankungen hatte, die geringste.

## 8.4 KENNZAHLEN DES PORTFOLIOS

### 8.4.1 Zur Berechnung von Kennzahlen im Portfolio

Jetzt sind alle Kennzahlen der einzelnen Wertpapiere bekannt, die benötigt werden, um die Kennzahlen für das Portfolio zu berechnen. Die Kennzahlen, die für das Portfolio berechnet werden müssen, sind die folgenden:

- Die erwartete Rendite des Portfolios
- Die Standardabweichung bzw. das Risiko des Portfolios

Um die erwartete Rendite oder die Standardabweichung zu berechnen, werden die Anteile, zu denen in die einzelnen Wertpapiere investiert werden soll, benötigt. Diese Anteile müssen zusammen 100 Prozent ergeben (siehe Nebenbedingung bei Formel 9). Weiterhin dürfen diese negativ sein. Dies nennt sich Short-Position und kann sinnvoll sein, wenn für ein Wertpapier eine negative Rendite prognostiziert wird. Teilweise kann auch nur durch Short-Positionen eine maximale Risikominimierung erreicht werden. Das kann bei hohen positiven Korrelationen vorkommen. Eine Short-Position kann über Leerverkäufe (Vergleiche Kapitel 7.5.1) oder Verkauf des Wertpapiers, sollte es bereits vorhanden sein, erreicht werden. Eine Long-Position wiederum ist, wenn man mehr als 100% in ein Wertpapier investiert, was nur durch eine Short-Position bei einem anderen Wertpapier erreicht werden kann. Dies nennt sich Long-Short-Strategie<sup>78</sup>

### 8.4.2 Erwartete Rendite

Die **erwartete Rendite eines Portfolios**  $\mu_P(w)$ , welches aus N Wertpapieren besteht, berechnet sich wie folgt:<sup>79</sup>

$$(9) \quad \mu_P(w) = \sum_{i=1}^N w_i * \mu_i$$

Wobei

N = Anzahl Wertpapiere im Portfolio

$w_i$  = prozentualer Anteil des Wertpapiers i im Portfolio

$\mu_i$  = erwartete Rendite des Wertpapiers i

Mit der Nebenbedingung:  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

---

<sup>78</sup> Vgl. (Cottin & Döhler, 2009, S. 194) und (Mondello, 2015, S. 122f)

<sup>79</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 123) und (Cottin & Döhler, 2009, S. 201)

### 8.4.3 Varianz

Wie schon bei den Kennzahlen der einzelnen Wertpapiere, wird nun erst die Varianz benötigt, um mit dieser die Standardabweichung zu berechnen. Dabei ist zu beachten, dass das Portfoliorisiko, im Gegensatz zur erwarteten Portfoliorendite, nicht einfach die Summe der gewichteten Standardabweichungen der einzelnen Wertpapiere ist, da das Risiko der Wertpapierkombinationen auch durch die Korrelation bzw. Kovarianz beeinflusst wird.<sup>80</sup>

Die **Varianz eines Portfolios**  $\sigma_P^2$ , welches aus N Wertpapieren besteht, berechnet sich wie folgt:<sup>81</sup>

$$(10) \quad \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 * \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} w_i * w_j * p_{ij} * \sigma_i * \sigma_j$$

Wobei

N = Anzahl der Wertpapiere im Portfolio

$w_i$  = prozentualer Anteil des Wertpapiers i im Portfolio

$\sigma_i$  = Standardabweichung des Wertpapiers i

$p_{ij}$  = Korrelation zwischen Wertpapieren i und j

Mit der Nebenbedingung:  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

### 8.4.4 Standardabweichung

Die Standardabweichung ist nun wieder einfach die Quadratwurzel der Varianz, wie schon bei den einzelnen Wertpapieren. Sie berechnet sich also wie folgt:<sup>82</sup>

$$(11) \quad \sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2}$$

Dies sind also die beiden ausschlaggebenden Kennzahlen für das Portfolio. Mit ihnen kann man das Portfolio mit anderen Portfolios oder einzelnen Wertpapieren, wie z.B. den Arero-Fonds, vergleichen. Weiterhin sind die Formeln, vor allem die Formel für die Standardabweichung bzw. Varianz, für die folgenden Berechnungen zu effizienten Portfolios mit mehr als zwei Assets von besonderer Bedeutung.

---

<sup>80</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 124)

<sup>81</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 124) und (Cottin & Döhler, 2009, S. 201)

<sup>82</sup> Vgl. (Mondello, 2015, S. 124)

## 8.5 PORTFOLIOOPTIMIERUNG IM ZWEI-ASSET-PORTFOLIO

### 8.5.1 Formeln im Zwei-Asset-Portfolio

Mit dem Wissen aus dem vorherigen Kapitel können nun für ein Portfolio, das sich aus zwei Wertpapieren  $x_1$  und  $x_2$  zusammensetzt, folgende Formeln für die erwartete Rendite und Varianz im Portfolio ermittelt werden:

$$(12) \quad \mu_P = w_{x1} * \mu_{x1} + w_{x2} * \mu_{x2}$$

$$(13) \quad \sigma_P^2 = w_{x1}^2 * \sigma_{x1}^2 + w_{x2}^2 * \sigma_{x2}^2 + 2 * w_{x1} * w_{x2} * p_{x1x2} * \sigma_{x1} * \sigma_{x2}$$

Wobei

$w_{x1}$  = Anteil von  $x_1$  am Portfolio

$w_{x2}$  = Anteil von  $x_2$  am Portfolio

$\mu_{x1}$  = erwartete Rendite von  $x_1$

$\sigma_{x1}$  = Standardabweichung von  $x_1$

$p_{x1x2}$  = Korrelation zwischen  $x_1$  und  $x_2$

Die Formel für die Standardabweichung (11) bleibt natürlich, unabhängig von der Größe des Portfolios, gleich.

Wenn man die Nebenbedingung der Portfolioberechnung beachtet, dass alle Anteile zusammen 100% ergeben müssen ( $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ ), kann schlussgefolgert werden, dass<sup>26</sup>

$$(14) \quad w_{x2} = 1 - w_{x1}$$

Und somit kann man die oberen Formeln wie folgt anpassen:<sup>83</sup>

$$(15) \quad \mu_P(w_{x1}) = w_{x1} * \mu_{x1} + (1 - w_{x1}) * \mu_{x2}$$

$$(16) \quad \sigma_P^2(w_{x1}) \\ = w_{x1}^2 * \sigma_{x1}^2 + (1 - w_{x1})^2 * \sigma_{x2}^2 + 2 * w_{x1} * (1 - w_{x1}) * p_{x1x2} * \sigma_{x1} * \sigma_{x2}$$

### 8.5.2 Minimum-Varianz-Portfolio

Das Ziel ist es nun, alle möglichen effizienten Portfolios zu finden. Das bedeutet, alle Portfolios, bei denen das Risiko minimal ist (**Minimum-Varianz-Portfolio**), sowie jene, die eine maximale Rendite für ein bestimmtes Risiko bzw. ein minimales Risiko für eine bestimmte Rendite haben (vgl. Kapitel 7.1). Diese Portfolios bilden dann den **effizienten**

---

<sup>83</sup> Vgl. auch (Cottin & Döhler, 2009, S. 192) und (Spermann, 2008, S. 175)

**Rand.** Dieser fängt beim Minimum-Varianz-Portfolio an und beschreibt mit seiner oberen Kurve die realisierbaren effizienten Portfolios.<sup>84</sup>

Das Minimum-Varianz-Portfolio ist dort, wo die Funktion (16) minimal ist, sie muss also nach  $w_{x1}$  abgeleitet und gleich null gesetzt werden. Das geschieht wie folgt:<sup>85</sup>

$$(17) \quad \frac{d\sigma_P^2}{dw_{x1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2w_{x1}\sigma_{x1}^2 - 2(1 - w_{x1})\sigma_{x2}^2 + (2 - 4w_{x1})\sigma_{x1}\sigma_{x2}\rho_{x1x2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2w_{x1}\sigma_{x1}^2 + 2w_{x1}\sigma_{x2}^2 - 2\sigma_{x2}^2 + 2\sigma_{x1}\sigma_{x2}\rho_{x1x2} - 4w_{x1}\sigma_{x1}\sigma_{x2}\rho_{x1x2} = 0$$

$$\Leftrightarrow w_{x1}^{MVP} = \frac{\sigma_{x2}^2 - \sigma_{x1}\sigma_{x2}\rho_{x1x2}}{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2 - 2\sigma_{x1}\sigma_{x2}\rho_{x1x2}}$$

Die zweite Ableitung in  $w_{x1}^{MVP}$ ,  $\frac{d^2\sigma_P^2}{dw_{x1}^2}$ , ist immer positiv, d.h. es liegt tatsächlich ein Minimum vor.<sup>86</sup>

Die Varianz wird genau da minimal, wo die Standardabweichung auch minimal wird, d.h.  $w_{x1}^{MVP}$  ist auch das Minimum der Standardabweichung. Mit Formel (14) kann man jetzt auch  $w_{x2}^{MVP}$  berechnen, womit die Anteile für das Minimum-Varianz-Portfolio ermittelt wurden.<sup>87</sup>

Um die erwartete Rendite und die Standardabweichung des Zwei-Asset-Portfolios berechnen zu können, können einfach die oberen Formeln (12) und (13) mit  $w_{x1}^{MVP}$  und  $w_{x2}^{MVP}$  angewandt werden, um so  $\mu_P^{MVP}$  und  $\sigma_P^{MVP}$  zu erhalten.

Nun ist die Kombination von Anteilen, bei denen das Risiko minimal wird, bekannt. Allerdings gibt es auch Investoren, denen ein höheres Risiko lieber ist. Für diese bietet sich der effiziente Rand an.

### 8.5.3 Effizienter Rand

Der effiziente Rand sieht so aus:

<sup>84</sup> (Weber, Genial einfach investieren | Mehr müssen Sie nicht wissen – das aber unbedingt, 2007, S. 118)

<sup>85</sup> Vgl. (Spermann, 2008, S. 180), (Steiner & Uhlir, 2001, S. 139) und (Cottin & Döhler, 2009, S. 193)

<sup>86</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 140)

<sup>87</sup> Vgl. (Cottin & Döhler, 2009, S. 193)

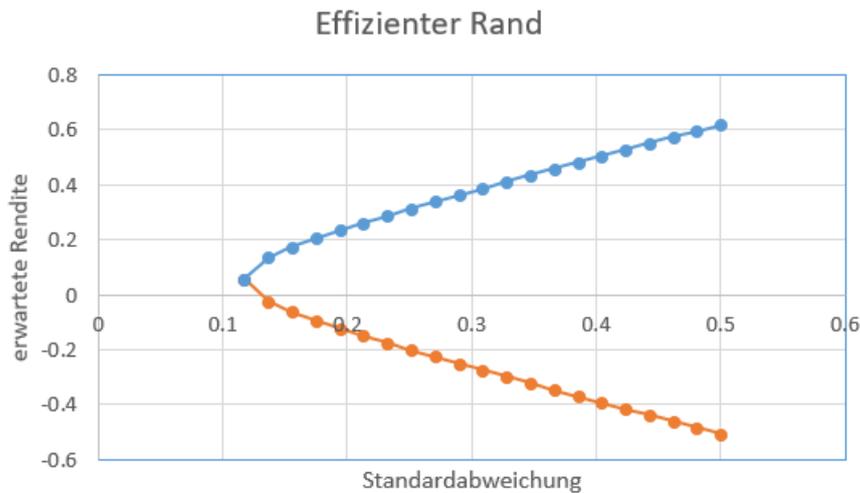


Abbildung 10: beispielhafter effizienter Rand

Dabei ist der Punkt ganz links das Minimum-Varianz-Portfolio und alle Punkte rechts darüber (blau) bilden effiziente Portfolios, also die, die für ein gewisses Risiko die maximale Rendite erzielen. Diese sollen nun berechnet werden. Es gibt auch Portfolios, die unter dem effizienten Rand liegen (orange). Allerdings haben diese, verglichen mit den Portfolios auf dem effizienten Rand, eine geringere Rendite für das gleiche Risiko und sind somit nicht effizient. Besteht das Portfolio aus mehr als zwei Assets, ist zwischen den beiden Linien eine Fläche möglicher Portfolios.

Um den effizienten Rand berechnen zu können, müssen folgende Dinge gegeben sein:

- Eine Formel, mit der man Punkte auf dem effizienten Rand bestimmen kann
- Ein Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter für diese Formel, mit dem man bestimmte Punkte auf dem effizienten Rand, die der Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter des Nutzers entsprechen, bestimmen kann

Die Formel, mit der man alle möglichen  $\mu_p$  für ein bestimmtes  $\sigma_p$  erhält, also alle erreichbaren Portfolios, lautet wie folgt:<sup>88</sup>

$$(18) \quad \mu_p = \mu_{MVP} \pm \sqrt{h(\sigma_p^2 - \sigma_{MVP}^2)}$$

Wobei

$\mu_{MVP} =$  erwartete Rendite im MVP (berechnet mit  $w_{x1}^{MVP}$  und  $w_{x2}^{MVP}$ )

$\sigma_{MVP} =$  Standardabweichung im MVP (berechnet mit  $w_{x1}^{MVP}$  und  $w_{x2}^{MVP}$ )

<sup>88</sup> (Cottin & Döhler, 2009, S. 195)

$\sigma_p$  = frei wählbarer Wert entsprechend dem Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter

(Nebenbedingung:  $\sigma_p \geq \sigma_{MVP}$ )

$$(19) \quad h = \frac{(\mu_{x1} - \mu_{x2})^2}{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2 - 2\rho_{x1x2}\sigma_{x1}\sigma_{x2}}$$

Die Werte, die größer als  $\mu_{MVP}$  sind, bilden den effizienten Rand. So können also mögliche  $\mu_p$ - $\sigma_p$ -Kombinationen, die den effizienten Rand bilden, berechnet werden. Um für diese Kombinationen die entsprechenden Anteile der jeweiligen Wertpapiere zu bestimmen, kann folgende Formel angewendet werden:<sup>89</sup>

$$(20) \quad w_{x1} = \frac{\mu_{x2} - \mu_p}{\mu_{x2} - \mu_{x1}}$$

Bzw.

$$(20) \quad w_{x2} = \frac{\mu_{x1} - \mu_p}{\mu_{x1} - \mu_{x2}}$$

Man kann den Anteil des jeweils anderen Wertpapiers natürlich auch mit Hilfe der Formel (14) berechnen.

### 8.5.3.1 Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter

Für die Webanwendung wird immer noch ein Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter  $\Theta$  zwischen 0% und 100% benötigt, welchen man in die Formeln für mögliche  $\mu_p$ - $\sigma_p$ -Kombinationen einbeziehen kann. Das maximale Risiko, was ein Nutzer mit 100% Risikobereitschaft eingehen kann, wurde auf 50% Standardabweichung festgesetzt. Jetzt ist das mögliche Standardabweichungs-Intervall:

$$[\sigma_{MVP}, 0,5]$$

Es ist bei jedem Anwendungsfall abhängig von dem Minimum-Varianz-Portfolio und damit immer unterschiedlich. Wird nun die Differenz zwischen Minimum und Maximum genommen, ergibt sich die komplette Spannweite der möglichen Standardabweichungen. Diese kann nun mit dem entsprechenden Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter  $\Theta$  multipliziert und zu  $\sigma_{MVP}$  addiert werden, um so ein adäquates Risiko  $\sigma_p$  und auch einen passenden Punkt auf dem effizienten Rand zu erhalten. In einer Formel sähe das wie folgt aus:

<sup>89</sup> (Cottin & Döhler, 2009, S. 192)

$$(21) \quad \sigma_p = (0,5 - \sigma_{MVP}) * \theta + \sigma_{MVP}$$

Wobei

$$0 \leq \theta \leq 1$$

Der Wert für  $\sigma_p$  kann nun in die Formel (18) eingesetzt werden, um den entsprechenden Punkt auf dem effizienten Rand zu finden.

## 8.6 BEISPIELRECHNUNG ZUM ZWEI-ASSET-PORTFOLIO

Für die Rechnung wird beispielhaft das Verhältnis zwischen  $x_2$  und  $x_3$  berechnet. In *Abbildung 7: Standardabweichungen und erwartete Renditen* und *Abbildung 8: Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten* sind alle zur Berechnung nötigen Werte zu finden.

### 8.6.1 Minimum-Varianz-Portfolio

Für das Minimum-Varianz-Portfolio werden zuerst die Anteile nach Formel 17 berechnet:

$$\begin{aligned} w_{x_2}^{MVP} &= \frac{0.39109657^2 - 0.24034858 * 0.39109657 * (-0.3324007)}{0.24034858^2 * 0.39109657^2 - 2 * 0.24034858 * 0.39109657 * (-0.3324007)} \\ &= 0.67420182 \end{aligned}$$

Nach Formel 14 ist  $w_{x_3}^{MVP}$  also:

$$(14) \quad w_{x_3} = 1 - 0.67420182 = 0.32579818$$

Man müsste bei dem Zwei-Asset-Portfolio also für ein minimales Risiko zu 67,42% in  $x_2$  und zu 62,58% in  $x_3$  investieren. Dabei bilden sich nach Formel 9, 10 und 11 bzw. 12 und 13 folgende erwartete Rendite und Standardabweichung:

$$\mu_{MVP} = 0.67420182 * 0.083022108 + 0.32579818 * (-0.376024057) = -0.0665343$$

$$\begin{aligned} \sigma_{MVP} &= (0.67420182^2 * 0.24034858^2 + 0.32579818^2 * 0.39109657^2 + 2 * 0.67420182 \\ &\quad * 0.32579818 * (-0.3324007) * 0.24034858 * 0.39109657)^{1/2} \\ &= 0.16960892 \end{aligned}$$

Das minimale Risiko, das  $x_2$  und  $x_3$  zusammen erzielen können, beträgt also 17%. Das ist ein 7% geringeres Risiko als  $x_2$  hat und ganze 22% weniger als  $x_3$ . Allerdings liegt der erwartete Ertrag bei negativen 6,6%, was 14 Prozentpunkte schlechter als  $x_2$  an sich ist. Der „negative Einfluss“ von  $x_3$  ist also zu extrem. Es würde wenig Sinn ergeben, in eine Wertpapierkombination zu investieren, wenn sie höchstwahrscheinlich eine negative Rendite bringen würde, auch wenn das Risiko gering wäre.

### 8.6.2 Effizienter Rand

Vielleicht gibt es aber eine „sinnvollere“ Kombination der beiden Wertpapiere. Nach so einer Kombination kann der effiziente Rand untersucht werden. Um diesen zu berechnen, muss zuerst  $h$  nach Formel 19 bestimmt werden:

$$h = \frac{(0.083022108 - (-0.376024057))^2}{0.24034858^2 + 0.39109657^2 - 2 * (-0.3324007) * 0.24034858 * 0.39109657}$$
$$= 0.7712732$$

Als nächstes wird  $\sigma_p$  bestimmt, wofür der Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter gebraucht wird. Wird dieser beispielhaft auf 30% gesetzt, so ist  $\sigma_p$  (nach Formel 21):

$$\sigma_p = (0,5 - 0.16960892) * 0.3 + 0.16960892 = 0.268726243$$

Jetzt wird mit  $\sigma_p$   $\mu_p$  berechnet, nach Formel 18:

$$\mu_p = -0.0665343 + \sqrt{0.7712732 * (0.268726243^2 - 0.16960892^2)} = 0.116520899$$

Verglichen mit den Kennzahlen von  $x_2$  an sich, ist die Standardabweichung um weniger als 3 Prozentpunkte und die erwartete Rendite um mehr als 3 Prozentpunkte gestiegen. Das sind aber nur die absoluten Werte. Verhältnismäßig ist die Standardabweichung nur 12% höher, während die erwartete Rendite 40% höher ist. Es wird durch einen hypothetischen Leerverkauf von  $x_3$  die Rendite erhöht und durch den Diversifikationseffekt, spezifisch die negative Korrelation, steigt die Standardabweichung weniger stark. Hier der effiziente Rand von  $x_2$  und  $x_3$ :

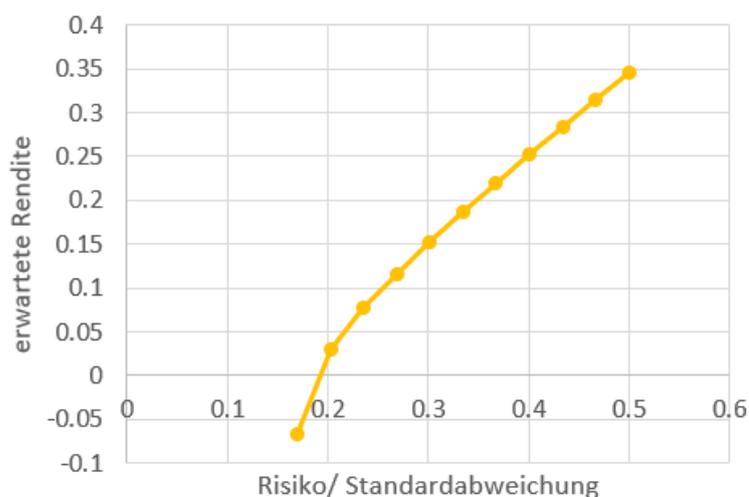


Abbildung 11: Effizienter Rand zwischen Wertpapieren  $x_2$  und  $x_3$

Man sieht, dass sich das Minimum-Varianz-Portfolio nicht rentieren mag, dafür aber der Diversifikationseffekt bei mehr Risiko seine positive Wirkung zeigt. Dies zeigt auch, warum es sinnvoll sein kann, den kompletten effizienten Rand zu bestimmen und zu betrachten.

Zuletzt können noch die Anteile von  $x_2$  und  $x_3$  mit Formeln 20 und 14 bestimmt werden, also die Anteile, die benötigt werden, um diese erwartete Rendite und Standardabweichung zu erzielen:

$$w_{x_2} = \frac{-0.376024057 - 0.116520899}{-0.376024057 - 0.083022108} = 1.072974777$$

$$w_{x_3} = 1 - 1.072974777 = -0.072974777$$

Es muss also, um dieses Portfolio zu erreichen, ein Leerverkauf von  $x_3$  in Höhe von 7% stattfinden.

### 8.6.3 Alle Zwei-Asset-Portfolios und ihre effizienten Ränder im Überblick

Die erwartete Rendite und Standardabweichung bei einem entsprechenden Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter, der in der Abbildung ganz links ist, bilden sich wie folgt:

$\Theta$ (selbstbest)	$\sigma_p$ (21)	$\mu_p$ (18)	$\sigma_p$	$\mu_p$	$\sigma_p$	$\mu_p$
0%	0.16776615	0.17878966	0.11706954	0.05629403	0.16960892	-0.0665343
10%	0.20098954	0.24037861	0.15536258	0.17462352	0.20264803	0.03086138
20%	0.23421292	0.26972865	0.19365563	0.23501151	0.23568713	0.07718645
30%	0.26743631	0.29467799	0.23194868	0.28827293	0.26872624	0.1165209
40%	0.30065969	0.31761983	0.27024172	0.3384725	0.30176535	0.15266099
50%	0.33388308	0.33941664	0.30853477	0.38700745	0.33480446	0.18697657
60%	0.36710646	0.360481	0.34682781	0.43451916	0.36784357	0.22012362
70%	0.40032985	0.38104189	0.38512086	0.4813509	0.40088268	0.25246661
80%	0.43355323	0.40123895	0.42341391	0.52770535	0.43392178	0.28422804
90%	0.46677662	0.42116316	0.46170695	0.57371081	0.46696089	0.31555296
100%	0.5	0.44087675	0.5	0.61945282	0.5	0.34654068

Abbildung 12: Mögliche Zwei-Asset-Portfolios

Dabei ist links die Kombination zwischen  $x_1$  und  $x_2$ , in der Mitte  $x_1$  und  $x_3$  und recht  $x_2$  und  $x_3$ . Die entsprechenden Anteile dafür sehen wie folgt aus:

$\Theta$ (selbstbest)	w <sub>x1</sub>	w <sub>x2</sub>		w <sub>x1</sub>	w <sub>x3</sub>		w <sub>x2</sub>	w <sub>x3</sub>
0%	0.69106636	0.30893364		0.72339292	0.27660708		0.67420182	0.32579818
10%	1.13549719	-0.13549719		0.92139229	0.07860771		0.8863715	0.1136285
20%	1.34728949	-0.34728949		1.02243883	-0.02243883		0.98728743	0.01271257
30%	1.52732595	-0.52732595		1.11156056	-0.11156056		1.07297478	-0.07297478
40%	1.69287607	-0.69287607		1.19555892	-0.19555892		1.15170344	-0.15170344
50%	1.85016365	-0.85016365		1.27677191	-0.27677191		1.22645753	-0.22645753
60%	2.00216577	-1.00216577		1.35627271	-0.35627271		1.29866607	-0.29866607
70%	2.15053478	-1.15053478		1.43463572	-0.43463572		1.36912302	-0.36912302
80%	2.29627841	-1.29627841		1.51220009	-0.51220009		1.43831307	-0.43831307
90%	2.44005311	-1.44005311		1.5891805	-0.5891805		1.50655221	-0.50655221
100%	2.58230798	-1.58230798		1.66572009	-0.66572009		1.57405681	-0.57405681

Abbildung 13: Anteile der Wertpapiere für die effizienten Ränder

Somit bilden sich die folgenden effizienten Ränder:



Abbildung 14: Effiziente Ränder der Zwei-Asset-Portfolios (grafisch)

Was besonders auffällt ist, dass, obwohl x1 und x2 beide eine geringere Standardabweichung als x3 haben, die Kombination aus den beiden beim Minimum-Varianz-Portfolio nicht das geringste Risiko hat und stattdessen auf einer Stufe mit der Kombination von x2 und x3 stehen. Das ist durch die positive Korrelation zu erklären. Während zwischen x1 und x3 die geringste Korrelation besteht, ist zwischen x1 und x2 die höchste. x1 und x2 lassen sich also nicht so gut diversifizieren wie x1 und x3. x2 und x3 haben, trotz der negativen Korrelation, auch eine eher höhere Standardabweichung. Das liegt zum einen daran, dass die Korrelation nicht so stark negativ ist, wie zwischen x1 und x3 und zum anderen, dass diese beiden Wertpapiere an sich die höchsten Standardabweichungen haben. Weiterhin haben x1 und x3, neben dem besten Minimum-Varianz-Portfolio, auch den „besten“ effizienten Rand. Das wiederum lässt sich einerseits wieder durch die negative Korrelation erklären, aber auch dadurch, dass x1 die höchste und x3 die geringste

erwartete Rendite hat. Kauft man also  $x_1$ , erhält man die meiste Rendite und verkauft man  $x_3$ , hat man den geringsten Verlust.

Eine weitere Beobachtung: Würde man über ein Risiko von 0,5 Standardabweichung hinausgehen, so würde die Kombination aus  $x_2$  und  $x_3$ , ab einer Standardabweichung von ungefähr 0,8, eine höhere erwartete Rendite erzielen, als die Kombination von  $x_1$  und  $x_2$ , aus den gleichen Gründen, warum  $x_1$  und  $x_3$  den „besten“ effizienten Rand haben: negative Korrelation und „rentablerer“ Verkauf.

Zuletzt ist anzumerken, dass keine der Kombinationen es geschafft hat, ein geringeres Risiko zu haben als das Referenzportfolio, wenngleich nur 0,8% gefehlt haben.

## 8.7 PORTFOLIOOPTIMIERUNG IM DREI-ASSET-PORTFOLIO

Es wurden bisher die Kennzahlen der einzelnen Wertpapiere, sowie die erwartete Rendite, die Standardabweichung, das Minimum-Varianz-Portfolio und der effiziente Rand im Zwei-Asset-Portfolio betrachtet. Nun wird das Zwei-Asset-Portfolio auf das Drei-Asset-Portfolio erweitert. Bei dem Drei-Asset-Portfolio stellen sich neue Herausforderungen. Bisher brauchte man beim Zwei-Asset-Portfolio nur einen Anteil eines Wertpapiers im Portfolio, aus dem sich der andere Anteil automatisch ergab. Dies ist jetzt nicht mehr so einfach möglich.

Idealerweise hat das Portfolio eine möglichst hohe erwartete Rendite und gleichzeitig eine möglichst niedrige Standardabweichung, also ein möglichst geringes Risiko. Es wird dabei auch der bereits beschriebenen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter  $\theta$  betrachtet, welcher selbst bestimmt werden kann. Die Portfoliogewichte sollen zusammen Eins ergeben und dürfen auch negativ werden. Daraus ergibt sich die Nebenbedingung:  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ , ohne Nicht-Negativitäts-Bedingung. Die Nicht-Negativitäts-Bedingung besagt, dass die Anteile  $w_i$  auch negativ werden dürfen. Da ein Optimierungsproblem vorliegt, kann dies mit dem Lagrange-Ansatz gelöst werden.

### 8.7.1 Minimum-Varianz-Portfolio

Wie bereits bei dem Zwei-Asset-Portfolio, gibt es auch bei dem Drei-Asset-Portfolio eine Kombination von Drei-Assets, bei der das Risiko minimal ist. Diese Kombination wird, wie im Kapitel 8.5 näher beschrieben, als Minimum-Varianz-Portfolio bezeichnet.

Es kann nicht gleichzeitig das Risiko minimiert und die Rendite maximiert werden. Somit müssen das Risiko und die Rendite im Zusammenhang gesehen werden und schließlich

zusammen optimiert werden. Der Zusammenhang zwischen Rendite, Risiko und Risikopräferenz lautet:<sup>90</sup>

$$(22) \quad U(\mu_P, \sigma_P^2) = \theta * \mu_P - \sigma_P^2$$

Der Parameter  $\theta$  ist bei dem Minimum-Varianz-Portfolio gleich null und somit wird der gesamte Ausdruck  $\theta * \mu_P$  gleich null. Folglich muss die folgende Lagrange-Funktion minimiert werden mit der Nebenbedingung  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ :

$$(23) \quad L = \sigma_P^2 - \lambda * (\sum_{i=1}^3 w_i - 1)$$

Dafür werden die partiellen Ableitungen nach  $w_i$  und  $\lambda$  gebildet und gleich null gesetzt:

$$(24) \quad \frac{\partial L}{\partial w_{x1}} = 2 * w_{x1} * \sigma_{x1x1} - 2 * w_{x2} * \sigma_{x1x2} - 2 * w_{x3} * \sigma_{x1x3} - \lambda = 0$$

$$(24) \quad \frac{\partial L}{\partial w_{x2}} = 2 * w_{x1} * \sigma_{x2x1} - 2 * w_{x2} * \sigma_{x2x2} - 2 * w_{x3} * \sigma_{x2x3} - \lambda = 0$$

$$(24) \quad \frac{\partial L}{\partial w_{x3}} = 2 * w_{x1} * \sigma_{x3x1} - 2 * w_{x2} * \sigma_{x3x2} - 2 * w_{x3} * \sigma_{x3x3} - \lambda = 0$$

$$(25) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - w_{x1} - w_{x2} - w_{x3} = 0$$

Aus diesen partiellen Ableitungen ergibt sich folgende Matrix:

$$(26) \quad \begin{matrix} 2 * \sigma_{x1x1} & 2 * \sigma_{x1x2} & 2 * \sigma_{x1x3} & 1 & w_{x1} \\ 2 * \sigma_{x2x1} & 2 * \sigma_{x2x2} & 2 * \sigma_{x2x3} & 1 & w_{x2} \\ 2 * \sigma_{x3x1} & 2 * \sigma_{x3x2} & 2 * \sigma_{x3x3} & 1 & w_{x3} \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \lambda \end{matrix} = 0$$

Ergänzt man diese Gleichung um die inverse erweiterte Varianz-Kovarianz-Matrix  $C^{-1}$  ergibt sich folgende Gestalt mit „w“ für die Anteile und „C“ für die erweiterte Varianz-Kovarianz-Matrix:

$$(27) \quad C^{-1} * C * w = C^{-1}$$

Durch Kürzen der Formel kommt man schließlich auf:

$$(28) \quad w = C^{-1}$$

<sup>90</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 147)

Also folgen die Anteile für die drei Assets bei dem Minimum-Varianz-Portfolio direkt aus der inversen Matrix:

$$(29) \quad \begin{matrix} w_{x1} & a_{x1x1} & a_{x1x2} & a_{x1x3} & c_{x1} \\ w_{x2} & a_{x2x1} & a_{x2x2} & a_{x2x3} & c_{x2} \\ w_{x3} & a_{x3x1} & a_{x3x2} & a_{x3x3} & c_{x3} \\ \lambda & c_{x1} & c_{x2} & c_{x3} & c_{x4} \end{matrix} =$$

### 8.7.2 Effizienter Rand

Der effiziente Rand im Drei-Asset-Portfolio ist die Kombination von nun drei Assets, wobei bei einem gegebenen Risiko die erwartete Rendite maximal sein soll. Wenn ein Anleger nicht risikoavers ist, gibt er für den Risiko-Präferenz-Parameter eine Zahl an, welche größer als null ist. Dadurch wird nicht nur das Risiko erhöht, sondern auch die erwartete Rendite, zumindest, wenn man sich auf dem effizienten Rand bewegt. Dabei wird das Portfolio gesucht, welches bei einem bestimmten Risiko die maximale erwartete Rendite verspricht. Es muss folglich diese Lagrange-Funktion maximiert werden:<sup>91</sup>

$$(30) \quad L = \theta * \mu_P - \sigma_P^2 - \lambda * \left( \sum_{i=1}^3 w_i - 1 \right)$$

Es müssen nun die partiellen Ableitungen nach  $w_i$  und  $\lambda$  gebildet und gleich null gesetzt werden:

$$(31) \quad \frac{\partial L}{\partial w_{x1}} = \theta * \mu_{x1} - 2 * w_{x1} * \sigma_{x1x1} - 2 * w_{x2} * \sigma_{x1x2} - 2 * w_{x3} * \sigma_{x1x3} - \lambda = 0$$

$$(31) \quad \frac{\partial L}{\partial w_{x2}} = \theta * \mu_{x2} - 2 * w_{x1} * \sigma_{x2x1} - 2 * w_{x2} * \sigma_{x2x2} - 2 * w_{x3} * \sigma_{x2x3} - \lambda = 0$$

$$(31) \quad \frac{\partial L}{\partial w_{x3}} = \theta * \mu_{x3} - 2 * w_{x1} * \sigma_{x3x1} - 2 * w_{x2} * \sigma_{x3x2} - 2 * w_{x3} * \sigma_{x3x3} - \lambda = 0$$

$$(25) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - w_{x1} - w_{x2} - w_{x3} = 0$$

Werden diese Formeln in eine Matrix geschrieben erhält man:

$$(32) \quad \begin{matrix} \theta * \mu_{x1} & 2 * \sigma_{x1x1} & 2 * \sigma_{x1x2} & 2 * \sigma_{x1x3} & 1 & w_{x1} \\ \theta * \mu_{x2} & 2 * \sigma_{x2x1} & 2 * \sigma_{x2x2} & 2 * \sigma_{x2x3} & 1 & w_{x2} \\ \theta * \mu_{x3} & 2 * \sigma_{x3x1} & 2 * \sigma_{x3x2} & 2 * \sigma_{x3x3} & 1 & w_{x3} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \lambda \end{matrix} = 0$$

<sup>91</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 149)

Schreibt man die Vektoren der Risikopräferenz, mit der Gewichtung der Anteile und die um die Nebenbedingung erweiterte Varianz-Kovarianz-Matrix als einzelne Variable, erhält man abgekürzt die Formel:<sup>92</sup>

$$(33) \quad e - C * w = 0$$

Dabei ist „e“ der Vektor der Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter, „C“ die um die Nebenbedingung erweiterte Varianz-Kovarianz-Matrix und „w“ bezeichnet den Vektor der Anteile.

Durch Umformungen erhält man die Formel für die Anteile:

$$(34) \quad C * w = e$$

Schließlich wird der Term mit der inversen Matrix  $C^{-1}$  multipliziert:

$$(35) \quad C^{-1} * C * w = C^{-1} * e$$

Es folgt also die Formel für die Gewichtung der Anteile:

$$(36) \quad w = C^{-1} * e$$

Die inverse Matrix  $C^{-1}$  im Drei-Asset-Portfolio sieht schließlich folgendermaßen aus:<sup>93</sup>

$$(37) \quad C^{-1} = \begin{matrix} a_{x1x1} & a_{x1x2} & a_{x1x3} & c_{x1} \\ a_{x2x1} & a_{x2x2} & a_{x2x3} & c_{x2} \\ a_{x3x1} & a_{x3x2} & a_{x3x3} & c_{x3} \\ c_{x1} & c_{x2} & c_{x3} & c_{x4} \end{matrix}$$

Setzt man die inverse Matrix in die angegebene Formel erhält man die Lösung:

$$(38) \quad \begin{matrix} w_{x1} & a_{x1x1} & a_{x1x2} & a_{x1x3} & c_{x1} & \theta * \mu_{x1} \\ w_{x2} & a_{x2x1} & a_{x2x2} & a_{x2x3} & c_{x2} & \theta * \mu_{x2} \\ w_{x3} & a_{x3x1} & a_{x3x2} & a_{x3x3} & c_{x3} & \theta * \mu_{x3} \\ \lambda & c_{x1} & c_{x2} & c_{x3} & c_{x4} & 1 \end{matrix} *$$

Schreibt man diese Matrix als Gleichungen auf, erkennt man die Formeln für die Anteile der einzelnen Assets. Für die Gewichtung der Anteile erhält man diese drei Gleichungen:

$$(39) \quad w_{x1} = c_{x1} + \theta * (a_{x1x1} * \mu_{x1} + a_{x1x2} * \mu_{x2} + a_{x1x3} * \mu_{x3})$$

$$(39) \quad w_{x2} = c_{x2} + \theta * (a_{x2x1} * \mu_{x1} + a_{x2x2} * \mu_{x2} + a_{x2x3} * \mu_{x3})$$

$$(39) \quad w_{x3} = c_{x3} + \theta * (a_{x3x1} * \mu_{x1} + a_{x3x2} * \mu_{x2} + a_{x3x3} * \mu_{x3})$$

<sup>92</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 150)

<sup>93</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 150)

Diese Gleichung kann man noch kürzer und übersichtlicher schreiben, indem man  $d_i$  einführt mit:<sup>94</sup>

$$(40) \quad d_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} * r_j$$

Damit erhält man wiederum für die Anteile folgende drei Gleichungen:

$$(41) \quad w_{x1} = c_{x1} + \theta * d_{x1}$$

$$(41) \quad w_{x2} = c_{x2} + \theta * d_{x2}$$

$$(41) \quad w_{x3} = c_{x3} + \theta * d_{x3}$$

Möchte man für die Anteile im Drei-Asset-Portfolio die geringste Varianz bei einer maximalen erwarteten Rendite erhalten, benötigt man die Steigung der Beziehung zwischen  $\mu$  und  $\sigma^2$ , bei der Stelle des Minimum-Varianz-Portfolio. Diese ist an der Stelle unendlich und der Risikopräferenz-Parameter ergibt sich aus dem Kehrwert der Steigung. Folglich:

<sup>95</sup>  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ . Damit gelten folgende Beziehungen für das Minimum-Varianz-Portfolio:

$$(42) \quad w_{x1}^{MVP} = c_{x1}$$

$$(42) \quad w_{x2}^{MVP} = c_{x2}$$

$$(42) \quad w_{x3}^{MVP} = c_{x3}$$

Somit können die Anteile des Minimum-Varianz-Portfolio direkt aus der inversen um die Nebenbedingung erweiterte Varianz-Kovarianz Matrix aus der letzten Spalte oder auch aus der letzten Zeile direkt abgelesen werden.

Mit den Anteilen für das Minimum-Varianz-Portfolio und den bekannten Kennzahlen kann die erwartete Rendite und die Varianz bzw. Standardabweichung des Minimum-Varianz-Portfolios berechnet werden:<sup>96</sup>

$$(43) \quad r_{MVP} = \sum_{i=1}^3 c_i * \mu_i$$

$$(44) \quad \sigma_{MVP}^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_i * c_j * \sigma_{ij}$$

<sup>94</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 151)

<sup>95</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 148)

<sup>96</sup> Vgl. (Steiner & Uhler, 2001, S. 151)

Um die erwartete Rendite und Standardabweichung bei einem gegebenen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter größer als null zu berechnen, müssen die beiden Formeln, welche für das Minimum-Varianz-Portfolio vorgesehen sind ( $\mu_{MVP}$  und  $d_i$ ), erweitert werden:<sup>97</sup>

$$(45) \quad r = \sum_{i=1}^3 c_i * \mu_i + \theta * \sum_{i=1}^3 d_i * \mu_i$$

In der ersten Summenformel wird die erwartete Rendite für das Minimum-Varianz-Portfolio ausgerechnet, das Drei-Asset-Portfolio. Schließlich wird noch die erwartete Rendite hinzuaddiert, die man durch Angeben eines variablen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter erhält.

Als nächstes muss die Standardabweichung im Drei-Asset-Portfolio für den effizienten Rand berechnet werden:<sup>98</sup>

$$(46) \quad \sigma = \left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 w_i * w_j * \sigma_{ij} \right)^{1/2}$$

Wobei:

$$w_i = c_i + \theta * d_i$$

$$w_j = c_j + \theta * d_j$$

Somit kann man den Term wie folgt umstellen:

$$(47) \quad \sigma = \left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (c_i + \theta * d_i) * (c_j + \theta * d_j) * \sigma_{ij} \right)^{1/2}$$

Zieht man den Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter aus den Klammern vor die Summenformel, erhält man die folgende Struktur:

$$(48) \quad \sigma = \left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_i * c_j * \sigma_{ij} + \theta^2 * \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 d_i * d_j * \sigma_{ij} + 2 * \theta * \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_i * d_j * \sigma_{ij} \right)^{1/2}$$

<sup>97</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 153)

<sup>98</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 154 und 155)

Die erste Summenformel ist für die Varianz bei dem Minimum-Varianz-Portfolio. Die mittlere Summenformel kann man umschreiben, denn es gilt die Beziehung:<sup>99</sup>

$$(49) \quad \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 d_i * d_j * \sigma_{ij} = \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^3 d_i * \mu_i$$

Für die letzte Summenformel liegt ein Beweis vor, dass diese allgemein null ergibt:<sup>100</sup>

$$(50) \quad \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P c_i * d_j * \sigma_{ij} = 0$$

Damit gilt dies auch für das Drei-Asset-Portfolio:

$$(51) \quad \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_i * d_j * \sigma_{ij} = 0$$

Somit kann man die Formel für die Standardabweichung auf folgende Formel kürzen:<sup>101</sup>

$$(52) \quad \sigma = \left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_i * c_j * \sigma_{ij} + \theta^2 * \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^3 d_i * \mu_i \right)^{1/2}$$

Bei einer gegebenen Risikopräferenz können jetzt mithilfe der Formeln die Anteile von den drei Assets berechnet werden. Mit den entsprechenden Anteilen kann daraufhin die Standardabweichung sowie die dazugehörige erwartete Rendite ermittelt werden.

## 8.8 BEISPIELRECHNUNG ZUM DREI-ASSET-PORTFOLIO

Für diese Rechnung wird das Verhältnis zwischen x1, x2 und x3 berechnet. In *Abbildung 7: Standardabweichungen und erwartete Renditen* und *Abbildung 8: Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten* sind alle zur Berechnung nötigen Werte zu finden.

<sup>99</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 155)

<sup>100</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 155)

<sup>101</sup> Vgl. (Steiner & Uhlir, 2001, S. 155)

### 8.8.1 Minimum-Varianz-Portfolio

Um das Minimum-Varianz-Portfolio bestimmen zu können, werden die Anteile für  $x_1$  bis  $x_3$  benötigt. Um diese zu bestimmen, wird als erstes die, um die Nebenbedingung erweiterte, Varianz-Kovarianz-Matrix  $C$  aufgestellt (nach Formel 26):

$$C = \begin{array}{cccc} 0.068130498 & 0.02980662 & -0.079081732 & 1 \\ 0.02980662 & 0.115534877 & -0.062491 & 1 \\ -0.079081732 & -0.062491 & 0.305913057 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Zwei Beispiele für die konkreten Werte:

1. Oben links:  $2 * \sigma_{x_1x_1} = 2 * \sigma_{x_1}^2 = 2 * 0.184567735^2 = 0.068130498$
2. Oben zweite von links:  $2 * \sigma_{x_1x_2} = 2 * \sigma_{x_1} * \sigma_{x_2} * \rho_{x_1x_2} = 2 * 0.184567735 * 0.240348577 * 0.335958319 = 0.02980662$

Da Formel 34 gilt, muss nun  $C$  invertiert werden, um so die Werte für  $C_1$  bis  $C_3$  zu finden. Das sieht wie folgt aus (vgl. Formel 28 bzw. 29):

$$C^{-1} = \begin{array}{cccc} 8.672692312 & -7.57537233 & -1.097319981 & 0.548143439 \\ -7.57537233 & 8.446952514 & -0.871580183 & 0.195412711 \\ -1.097319981 & -0.871580183 & 1.968900165 & 0.25644385 \\ 0.548143439 & 0.195412711 & 0.25644385 & -0.022889854 \end{array}$$

Nach Formel 42 gelten also folgende Anteile im Minimum-Varianz-Portfolio:

$$w_{x_1}^{MVP} = 0.548143439$$

$$w_{x_2}^{MVP} = 0.195412711$$

$$w_{x_3}^{MVP} = 0.25644385$$

Nun können die erwartete Rendite und die Standardabweichung im Minimum-Varianz-Portfolio berechnet werden (nach Formeln 9, 10 und 11):

$$\mu_{MVP} = 0.548143439 * 0.22160149 + 0.195412711 * 0.083022108 + 0.25644385 * (-0.376024057) = 0.041263921$$

$$\begin{aligned} \sigma_{MVP} = & (0.548143439^2 * 0.184567735^2 + 0.195412711^2 * 0.240348577^2 \\ & + 0.25644385^2 * 0.391096572^2 + 0.548143439 * 0.195412711 \\ & * 0.335958319 * 0.184567735 * 0.240348577 + 0.548143439 \\ & * 0.25644385 * (-0.547780266) * 0.184567735 * 0.391096572 \\ & + 0.195412711 * 0.25644385 * (-0.332400691) * 0.240348577 \\ & * 0.391096572)^{1/2} = 0.106980966 \end{aligned}$$

Das Minimum-Varianz-Portfolio besteht also ungefähr zu 55% aus  $x_1$ , zu 19% aus  $x_2$  und zu 26% aus  $x_3$ . Dabei bildet sich eine erwartete Rendite von 4,13%, bei einer

Standardabweichung von 10,7. Damit ist dieses Portfolio 0,2% „sicherer“ als der Arero-Fonds und 1% „sicherer“ als das risikoärmste Zwei-Asset Minimum-Varianz-Portfolio.

### 8.8.2 Effizienter Rand

Für den effizienten Rand werden als Erstes die Werte für  $d_i$  benötigt (vgl. Formel 40).

Diese werden beispielhaft ausgerechnet:

$$d_1 = 8.672692312 * 0.22160149 + (-7.57537233) * 0.083022108 + (-1.097319981) * (-0.376024057) = 1.70557687$$

Nun wird  $w_{x1}$  beispielhaft für einen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter von 30% ausgerechnet (nach Formel 41):

$$w_{x1} = 0.548143439 + 0.3 * 1.70557687 = 1.0598165$$

Das gleiche Verfahren muss man für die anderen beiden Wertpapiere durchführen, um die Anteile bei einem bestimmten Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter zu berechnen.

Insgesamt ergeben sich bei den Beispiel-Wertpapieren folgende Anteile, erwartete Renditen und Standardabweichungen für Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter in 10%-Schritten:

$\Theta$ (selbstbest)	$w_{x1}$	$w_{x2}$	$w_{x3}$		$\sigma_p$	$\mu_p$
0%	0.54814344	0.19541271	0.25644385		0.10698097	0.04126392
10%	0.71870113	0.13044322	0.15085565		0.12267929	0.11336956
20%	0.88925881	0.06547374	0.04526745		0.16082927	0.18547519
30%	1.0598165	0.00050425	-0.06032075		0.20950528	0.25758083
40%	1.23037419	-0.06446524	-0.16590895		0.26292477	0.32968647
50%	1.40093187	-0.12943473	-0.27149715		0.31871143	0.4017921
60%	1.57148956	-0.19440421	-0.37708535		0.37581255	0.47389774
70%	1.74204725	-0.2593737	-0.48267355		0.43370928	0.54600338
80%	1.91260493	-0.32434319	-0.58826174		0.49212088	0.61810902
90%	2.08316262	-0.38931268	-0.69384994		0.55088361	0.69021465
100%	2.25372031	-0.45428217	-0.79943814		0.60989598	0.76232029

Abbildung 15: Werte des effizienten Randes bei drei Assets

Der sich bildende effiziente Rand sieht wie folgt aus:

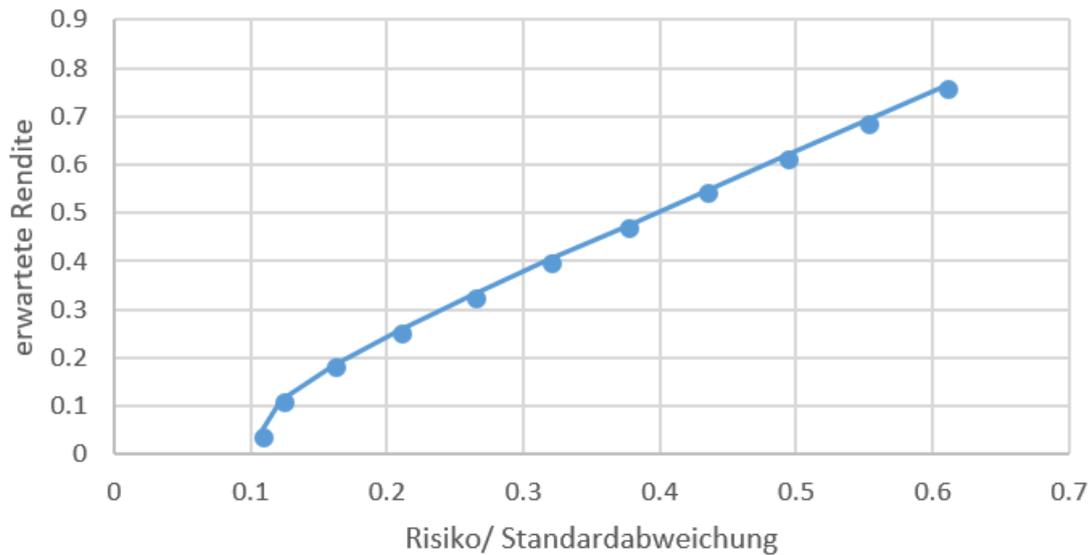


Abbildung 16: effizienter Rand bei drei Assets

### 8.8.3 Abschluss der Beispielrechnung

Hier alle Werte in einer Grafik:

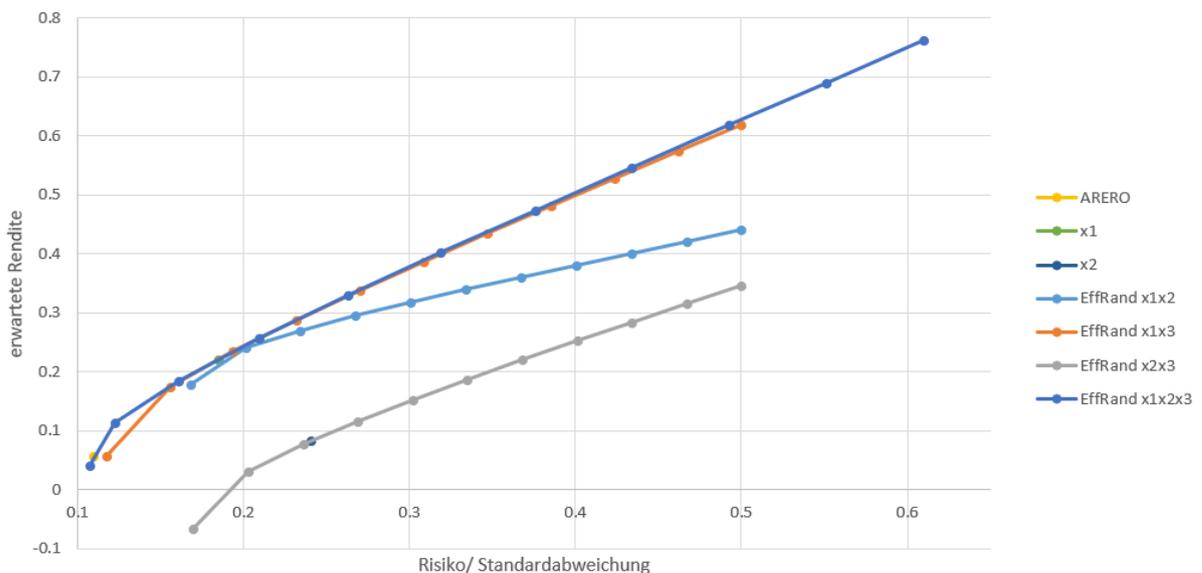


Abbildung 17: Alle Werte und effiziente Ränder im Überblick

Dabei ist zu beachten, dass der x3-Punkt weggelassen wurde, um die Grafik übersichtlicher zu gestalten. Weiterhin fängt die x-Achse bei 0.1 und nicht bei 0 an.

Keine Kombination ist unter die 10% Risiko-Marke gekommen, aber die Kombination aller Assets im Minimum-Varianz-Portfolio hat es geschafft, leicht risikoärmer als das Referenzportfolio zu sein. Weiterhin ist die Kombination von x1 und x3 im effizienten Rand fast so Risiko-Ertrags-effizient wie die aller Assets, aber eben nicht ganz, da bei drei Assets mehr diversifiziert werden kann.

## 9 TECHNOLOGIEN

---

### 9.1 BENUTZTE PROGRAMMIERTECHNOLOGIEN

#### 9.1.1 React.js

Die Benutzeroberfläche der Webanwendung, welche im Rahmen dieser Bachelorarbeit realisiert wird, basiert auf dem JavaScript-Framework React.js. React.js wurde von den Programmierern von Facebook entwickelt und 2013 veröffentlicht. Die Hauptaufgabe von React.js ist das einfache Umsetzen von umfangreichen Benutzeroberflächen. Gleichzeitig ist das Behandeln von Änderungen zur Laufzeit ein Aspekt von React.js. Ein weiterer Fokus bei der Entwicklung von React.js lag auf der Wartbarkeit und der Skalierbarkeit von Anwendungen. Besonders bei Facebook, für welches React.js entwickelt worden ist, ist die Skalierbarkeit und Wartbarkeit sehr wichtig aufgrund der hohen Benutzerzahlen.<sup>102</sup>

Außerdem ist der Kerngedanke bei React.js, ein leicht zu verstehender Code. Oft haben nur Programmierer, welche selbst an dem Code gearbeitet haben, einen Überblick über diesen. React.js versucht dies zu verhindern, indem ein einfacher Code geschrieben werden kann, der wenig miteinander verschränkt ist. Was oftmals verwechselt wird, aber einen wichtigen Unterschied darstellt, ist, dass React.js kein Framework, sondern eine Library ist. Zudem kann bei React.js JSX eingesetzt werden, was der Standard bei der Verwendung von React.js ist, da JSX die Programmierung erheblich vereinfacht.

Normalerweise wird bei der Programmierung von Webanwendungen darauf geachtet, HTML, JavaScript und CSS zu trennen. Nicht so bei React.js; hier wird jeder Code, welcher zu einer Komponente gehört, auch in eine Datei geschrieben.<sup>103</sup>

Im Folgenden ist ein kleines Codebeispiel zu React.js zu sehen:<sup>104</sup>

---

<sup>102</sup> Vgl. (Gackenheimer, 2015, S. 1-4)

<sup>103</sup> Vgl. (Kögel, abgerufen am 01.08.2018)

<sup>104</sup> Vgl. (React – A JavaScript library for building user interfaces, abgerufen am 01.08.2018)

```

class HelloMessage extends React.Component {
  render() {
    return (
      <div>
        Hello {this.props.name}
      </div>
    );
  }
}

ReactDOM.render(
  <HelloMessage name="Taylor" />,
  mountNode
);

```

Abbildung 18: Codebeispiel zu React.js

Dargestellt ist eine einfache React-Komponente in Form der HelloMessage Klasse. React-Komponenten erhalten eine „render()“ Methode, welche dafür da ist, erhaltene Daten darzustellen. Zugriff auf die Inputdaten, welche in eine Komponente geschleust werden können, erhält man durch den Code: „this.props.“. Wenn dieser Code kompiliert wird, erhält man den Text: Hello Taylor. Weitere Informationen erhält man über: [„https://reactjs.org/“](https://reactjs.org/).

### 9.1.2 CSS

CSS steht für Cascading Style Sheets und wird benutzt für die Veränderungen der Darstellungen in Dokumenten. CSS findet eine breite Anwendung bei jeglichen Webanwendungen. CSS dient vor allem der graphischen Optimierung von Webanwendungen. Erstmals gab es CSS 1994 und bereits 1996 wurde CSS1 fertiggestellt. Daraufhin begann man sofort mit der Entwicklung von CSS2, die im Jahre 1998 beendet war. Als nächstes fingen gleichzeitig die Entwicklungen von CSS3 und CSS2.1 an. Im Jahr 2012 erreichten drei CSS3 Module den Empfehlungsstatus. Parallel dazu sind damals jedoch noch einige CSS3 Module in der Entwicklung gewesen und manche sind es, als diese Arbeit geschrieben wurde, immer noch.<sup>105</sup>

Im Folgenden ist ein kleiner Codeabschnitt von CCS3 zu sehen:<sup>106</sup>

```

body {background-color: lightblue;}

h1 {color: white; text-align: center;}

```

<sup>105</sup> Vgl. (Meyer & Estelle, 2017, S. 1 und 2)

<sup>106</sup> Vgl. (CSS Tutorial, abgerufen am 06.08.2018)

```
p {font-family: verdana; font-size: 20px;}
```

Durch diesen Code wird die Farbe des Hintergrundes eines Textes, die Positionierung und die Größe, sowie die Darstellung eines Textes verändert. Zunächst wird mit dem Code im „body“ die Hintergrundfarbe auf hellblau gesetzt. Die Überschrift, welcher im HTML-Code in „h1“ steht, wird weiß dargestellt und zentriert. Der Text, welcher im HTML-Code in „p“ steht, wird in der Verdana Schriftart und mit einer Größe von 20 Pixeln dargestellt. Weitere Informationen sind zu finden unter:

„<https://www.w3schools.com/css/>“.

### 9.1.3 JSX

JSX ist eine Syntaxerweiterung für JavaScript. JSX muss nicht zwangsweise mit React.js verwendet werden, macht aber vieles einfacher. Zum Beispiel müsste in React.js „`React.DOM.h1({}, 'Counter')`“ geschrieben werden, für einen einfachen Text. Stattdessen kann dank JSX folgender Code geschrieben werden: „`<h1>Counter</h1>`“. Der Code wird also mithilfe von JSX kürzer und somit übersichtlicher, da sonst immer zunächst „`React.Dom`“ vorangestellt werden müsste. JSX wird in einem Kompilierungsschritt in JavaScript, mithilfe von Babel, übersetzt. Mit JSX können alle Funktionen, die JavaScript bietet, auch angewendet werden.<sup>107</sup> Weitere Informationen sind zu finden unter: „<https://reactjs.org/docs/introducing-jsx.html>“.

### 9.1.4 Node.js

Node.js ist ein, von Ryan Dahl 2009 entwickeltes<sup>108</sup>, „Framework zur Entwicklung serverseitiger Webanwendungen, das sich besonders gut für skalierbare, hochperformante und echtzeitfähige Webanwendungen eignet“<sup>109</sup>. Mit Node.js kann „man mit wenigen Zeilen JavaScript-Code einen voll funktionsfähigen Webserver erstellen [...]“<sup>110</sup>. Es bietet die Möglichkeit, schnell sichtbare Fortschritte bzw. Veränderungen zu erreichen. Man kann mit Node.js weiterhin schnell auf sich ändernde Probleme bzw. Umwelten reagieren. Es wird die V8-Engine benutzt, die Gleiche, die auch bei Google Chrome benutzt wird. Dadurch kann man viele gleiche Sprachfeatures nutzen. Als Open-Source-Projekt steht Node.js allen kostenlos zur Verfügung.<sup>111</sup>

Da mit Node.js, sowohl client- als auch serverseitig, JavaScript benutzt werden kann, sowie eine einfache und hohe Skalierbarkeit ermöglicht wird und auch echtzeitfähige Webanwendungen<sup>112</sup>, wird es in dieser Arbeit genutzt. Echtzeitfähigkeit ist durch die

---

<sup>107</sup> Vgl. (Kögel, abgerufen am 01.08.2018)

<sup>108</sup> Vgl. (Springer, 2013, S. 20)

<sup>109</sup> (Gestatten, Node.js, abgerufen am 06.08.2018)

<sup>110</sup> (Springer, 2013, S. 22)

<sup>111</sup> Vgl. (Springer, 2013, S. 20 ff)

<sup>112</sup> Vgl. (Gestatten, Node.js, abgerufen am 06.08.2018)

dynamische Clientprogrammierung mit React.js notwendig und die Skalierbarkeit ist wichtig, da man das Projekt auch doppelt so umfangreich gestalten und immer weiter entwickeln könnte. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: [„https://nodejs.org/en/about/“](https://nodejs.org/en/about/)

Ein erst seit 2017 verfügbares Feature von Node.js, das in dieser Arbeit verwendet wurde, sind die Schlüsselwörter **await** und **async**. Diese vereinfachen eine asynchrone Programmierung mit JavaScript, die sich vorher als wesentlich schwieriger gestaltet hat.<sup>113</sup> Eine asynchrone Programmierung ist in dieser Arbeit notwendig, da der Client auf eine Antwort des Servers warten muss und da vom Server wiederum eine Anfrage an Alpha Vantage gestellt wird, auf dessen Antwort auch gewartet werden muss. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: [„https://www.heise.de/developer/artikel/async-und-await-fuer-Node-js-3633105.html“](https://www.heise.de/developer/artikel/async-und-await-fuer-Node-js-3633105.html)

### 9.1.5 Express.js

Express.js ist ein schnelles, flexibles und minimalistisches Framework für Node.js, das die Funktionen von Node.js um einige robuste Features für Web- und Mobileanwendungen ergänzt. Es benutzt eine Vielzahl an HTTP-Methoden und Middleware. Weiterhin bietet Express fundamentale Webanwendungsfunktionen, ohne dabei Node.js Funktionen zu behindern. Es eignet sich also besser als „reines“ Node.js zum Entwickeln von Webanwendungen.<sup>114</sup>

Zur Kommunikation zum Client benutzt man bei Express.js HTTP Methoden. Diese werden bei Anfragen vom Client mitgesendet und spezifizieren die Operation, die der Client durchführen will. In dieser Arbeit wird die PUT-Methode verwendet. Diese Methode fordert, dass der Server Daten von bereits existierenden Objekten ändert, durch Daten, die in der Anfrage enthalten sind.<sup>115</sup>

Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: [„http://expressjs.com/de/“](http://expressjs.com/de/), ein hilfreiches und kostenloses Tutorial ist hier zu finden: [„https://www.tutorialspoint.com/expressjs/index.htm“](https://www.tutorialspoint.com/expressjs/index.htm)

## 9.2 BENUTZTE LIBRARIES

### 9.2.1 Libraries

Libraries sind eine Sammlung von vorgefertigten Funktionen, die ein Programm nutzen kann. Diese Funktionen werden im Objekt-Format gespeichert. Sie sind sehr nützlich für

---

<sup>113</sup> Vgl. (Roden, abgerufen am 05.09)

<sup>114</sup> Vgl. (Express - Node.js web application framework, abgerufen am 06.08.2018)

<sup>115</sup> Vgl. (ExpressJS HTTP Methods, abgerufen am 06.08.2018)

den Fall, dass man bestimmte Funktionen häufig verwenden will, einerseits, da man sie nicht immer verlinken und andererseits, da man sie nicht selbst schreiben muss.<sup>116</sup> Man kann sie einfach über NPM in das Projekt einfügen und sofort verwenden.

### 9.2.2 Frameworks

Framework, auf Deutsch Rahmenwerk, stellt einen Entwicklungsrahmen für die Programmierung von Anwendungen. Durch sie wird die Architektur der Anwendungsprogramme bestimmt. Frameworks finden hauptsächlich in der objektorientierten Programmierung Verwendung und stellen die Designstruktur für die Entwicklung der Anwendungen zur Verfügung. Weiterhin bildet das Framework die generelle Rahmenstruktur für den Datenfluss und die Schnittstellen zwischen Klassen.<sup>117</sup>

### 9.2.3 CORS

CORS ist ein Akronym für „Cross-Origin Resource Sharing“ und ermöglicht eine cross-domain Kommunikation für den Browser, was durch die so genannte „same origin policy“ eigentlich nicht möglich wäre. CORS passt die Header der Anfragen bzw. der Antworten so an, dass eine Kommunikation möglich wird.<sup>118</sup> In dieser Arbeit wird CORS benutzt, um eine Kommunikation vom Server zum Client zu ermöglichen. Dies wird gewährleistet, indem die App auf dem Server, also die Klasse, die mit dem Client kommuniziert, CORS verwendet. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link:

[„https://www.html5rocks.com/en/tutorials/cors/“](https://www.html5rocks.com/en/tutorials/cors/)

### 9.2.4 SimpleStatistics

SimpleStatistics ist eine JavaScript Library, die statistische Berechnungen durchführen kann. In dieser Arbeit wird diese Library benutzt, um die Korrelation, die Standardabweichung und die erwartete Rendite zu berechnen. Zur Berechnung der Korrelation beispielsweise muss man zwei Arrays übergeben, die gleich lang sein müssen, und die Library berechnet die Korrelation zwischen den beiden Arrays und gibt diese zurück.<sup>119</sup>

Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: [„https://simplestatistics.org/docs/“](https://simplestatistics.org/docs/)

### 9.2.5 Math.js

Math.js ist eine JavaScript Library, die mathematische Berechnungen durchführen kann. Sie ermöglicht komplexere Berechnungen, wie Berechnungen mit großen oder komplexen Zahlen oder Matrizenrechnungen.<sup>120</sup> Sie wird in dieser Arbeit verwendet um die

---

<sup>116</sup> Vgl. (What is a Library? Webopedia Definition, abgerufen am 06.08.2018)

<sup>117</sup> Vgl. (Framework: framework: ITWissen.info, abgerufen am 06.08.2018)

<sup>118</sup> Vgl. (Hossain, abgerufen am 05.09.2018)

<sup>119</sup> Vgl. (simple-statistics 6.1.0. | Dokumentation, abgerufen am 06.08.2018)

<sup>120</sup> Vgl. (math.js | an extensive math library fir JavaScript and node.js, abgerufen am 06.08.2018)

Varianz-Kovarianz-Matrix zu invertieren. Dafür muss ein 2-dimensionales Array übergeben werden und man erhält die invertierte Matrix als 2-dimensionales Array zurück. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „<http://mathjs.org/index.html>“

### 9.2.6 Ramda

Ramda ist eine Library, die Daten verarbeitet. Sie ist für einen funktionalen Programmierstil geschaffen und ist darauf ausgelegt, keine Daten zu mutieren.<sup>121</sup> Sie wird in dieser Arbeit genutzt, um aus Arrays bestimmte Werte, die fehlerhaft sind, zu löschen. Dafür wird die „remove“-Funktion genutzt, bei der erst das Index, also die Stelle, wo Daten gelöscht werden sollen, dann die Anzahl an Daten, die gelöscht werden sollen, und dann das Array übergeben werden. Das überarbeitete Array wird zurückgesendet und in einem neuen Array gespeichert, um Mutation zu verhindern. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „<https://ramdajs.com/>“

### 9.2.7 Axios

Axios ermöglicht es, von node.js aus http-Anfragen zu senden und unterstützt dabei die promise-API.<sup>122</sup> Aus genau diesen Gründen wird Axios in dieser Arbeit verwendet: Sie bietet eine einfache Möglichkeit, eine Anfrage an Alpha Vantage zu stellen und ist kompatibel mit der promise-API. Man muss die get-Funktion nutzen, die URL übergeben, auf das Resultat „warten“ und dieses dann in einer Variablen speichern. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „<https://github.com/axios/axios>“

### 9.2.8 Babel

Babel ist ein JavaScript-Transpiler, also ein Werkzeug, das aus bestehendem Source-Code einer Programmiersprache Source-Code einer aktuelleren Version der Programmiersprache übersetzt. Babel erlaubt es dem Programmierer dadurch, spezifizierte, aber nicht implementierte Features der aktuellen ECMA-Script Version zu benutzen.<sup>123</sup> Dadurch können beispielsweise Webanwendungen, die mit sehr aktuellen Features geschrieben wurden, auf älteren Browsern genutzt werden, da diese Features auf ältere Versionen der Programmiersprache durch Babel zurück übersetzt werden. Serverseitig wurde Babel genutzt, um das JavaScript-Modul-System nutzbar zu machen und aktuelle Features der Sprache zu benutzen. Clientseitig übersetzt Babel z.B. das JSX-Format in die korrespondierende React-Render-Funktion. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „<https://babeljs.io/docs/en/>“

---

<sup>121</sup> Vgl. (Ramda Documentation, abgerufen am 05.09.2018)

<sup>122</sup> Vgl. (axios/axios: Promise based HTTP client for the browser and node.js, abgerufen am 05.09.2018)

<sup>123</sup> Vgl. (What is Babel? · Babel, abgerufen am 15.09.2018)

### 9.2.9 Jest

Jest ist eine Test-Plattform, mit der man JavaScript testen kann. Die Philosophie von Jest ist es, möglichst wenig Konfiguration zu benötigen, um das Testen einfacher zu gestalten.<sup>124</sup> Der Grund, warum Jest in dieser Arbeit anderen Test-Plattformen, wie z.B. Mocha, vorgezogen wurde, ist, dass Jest intuitiver nutzbar ist. Jest wurde genutzt, um zu überprüfen, ob die Berechnungen auf dem Server auch korrekte Ergebnisse liefern. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „<https://jestjs.io/en/>“

### 9.2.10 Chart.js

Chart.js ist eine JavaScript Library, welche es ermöglicht unterschiedliche Typen von Charts darzustellen. Unter anderem z.B. Linien-Charts, Bar-Charts, Radar-Charts und Donut-Charts. Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „[www.chartjs.org](http://www.chartjs.org)“.<sup>125</sup>

### 9.2.11 React-Bootstrap

React-Bootstrap ist eine JavaScript Library, welche nach dem Vorbild von Bootstrap für ReactJS entwickelt worden ist. Sie basiert derzeit noch auf der dritten Version von Bootstrap. Durch die Library ist es möglich, eine Website einfach für verschiedene Displaygrößen zu strukturieren. Außerdem liefert sie ein breites Spektrum an Designmöglichkeiten wie z.B. „Dropdowns“ oder „Alerts“.<sup>126</sup> Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „<https://react-bootstrap.github.io/>“.

### 9.2.12 React-Bootstrap-Table

React-bootstrap-table ist eine JavaScript Library für ReactJS, welche von Allen Fang entwickelt worden ist. Mit Hilfe von React-bootstrap-table ist es möglich, einfach und schnell eine Tabelle in ReactJS zu erstellen. Dabei liefert die Library einem nicht nur die Möglichkeit eine schlichte Tabelle zu erstellen, sondern es besteht auch eine breite Auswahlmöglichkeit von verschiedenen Arten, wie z.B. editierbare Tabellen.<sup>127</sup> Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „<http://allenfang.github.io/react-bootstrap-table/>“.

---

<sup>124</sup> Vgl. (Jest · Delightful JavaScript Testing, abgerufen am 15.09.2018)

<sup>125</sup> Vgl. (Chart.js | Open source HTML5 Charts for your website, abgerufen am 21.08.2018)

<sup>126</sup> Vgl. (<https://react-bootstrap.github.io/>, aufgerufen am 16.09.2018)

<sup>127</sup> Vgl. (Fang, abgerufen am 16.09.2018)

## 9.3 BENUTZTE SERVICES

### 9.3.1 GitHub

GitHub ist eine Code-Hosting Plattform, die genutzt wird, um Code zu versionieren und um Kollaborationen zu ermöglichen. Es ermöglicht die Zusammenarbeit an Projekten von verschiedenen Standorten aus.

Man arbeitet in einem Repository für ein Projekt. Darin können sämtliche Dateien gespeichert werden und in einer README-Datei gibt es eine Erklärung zu dem Projekt. GitHub ermöglicht weiterhin innerhalb des Projektes verschiedene „Branches“ anzulegen. In diesen werden unterschiedliche Dinge programmiert. So kann es beispielsweise einen Server-Branch geben, in dem der Server bearbeitet wird, und einen Client-Branch, in dem der Client bearbeitet wird. Dies verhindert, dass eine Partei Änderungen vornimmt, die die Arbeit von anderen Parteien behindert und beugt so ungewollten Fehlern vor. In dem Master-Branch, der automatisch erzeugt wird, werden alle finalen Änderungen zusammengeführt (merged). Hier eine einfache grafische Darstellung der Funktionsweise:

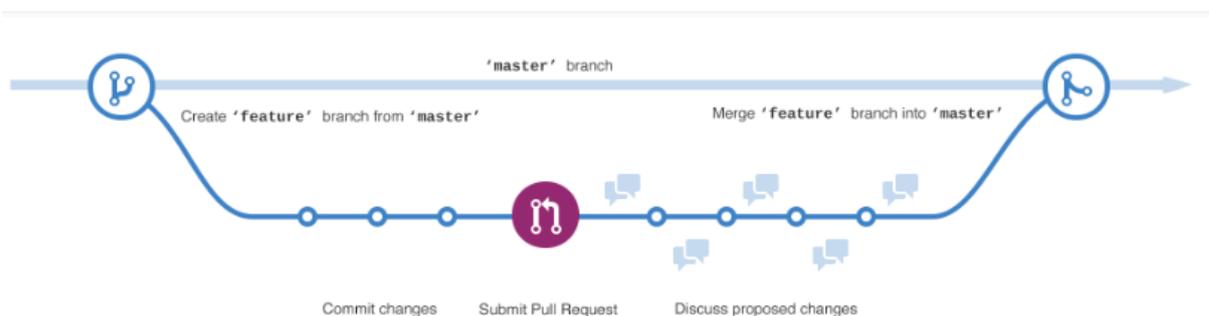


Abbildung 19: Funktionsweise der Branches

Es wird ein neuer Branch auf Basis des Master-Branches erstellt, Änderungen durchgeführt, diese diskutiert und die finale Version in den Master „gemerged“.

Vorgenommene Änderungen werden „Commits“, die Beschaffung vom aktuellen Stand eines Branches „pull“, die Veröffentlichung der Commits auf den Branch „push“, und die Zusammenführung zweier Branches „merge“ genannt.<sup>128</sup> Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: [„https://guides.github.com/activities/hello-world/“](https://guides.github.com/activities/hello-world/)

### 9.3.2 Alpha Vantage

Alpha Vantage bietet eine Open Source API und dient als Anbieter für historische Daten in Realtime.<sup>129</sup> Realtime bedeutet hierbei, dass die letzten Datenpunkte vom

<sup>128</sup> Vgl. (Hello World . GitHub Guides, abgerufen am 06.08.2018)

<sup>129</sup> Vgl. (Alpha Vantage - Free APIs for Realtime and Historical Stock, abgerufen am 06.08.2018)

momentanen Geschäftstag sind. Um Alpha Vantage nutzen zu können, ist ein API-Key notwendig. Ein Beispiel, wie man Alpha Vantage benutzt, so wie es in dieser Arbeit getan wird, ist hier zu sehen:<sup>130</sup>

[https://www.alphavantage.co/query?function=TIME\\_SERIES\\_DAILY\\_ADJUSTED&symbol=MSFT&outputsize=full&apikey=demo](https://www.alphavantage.co/query?function=TIME_SERIES_DAILY_ADJUSTED&symbol=MSFT&outputsize=full&apikey=demo)

Abbildung 20: Beispielhafte Benutzung von Alpha Vantage

Die fettmarkierten Werte sind dabei die API Parameter:<sup>130</sup>

- **Function**: Die Frequenz, in der die historischen Kurse angegeben sind. Alternativ könnte man auch wöchentliche oder monatliche Kurse auswählen. In dieser Arbeit werden aber tägliche Kurse benötigt. Die Werte sind „Adjusted“, da man so mehr Daten erhält, u.a. Dividenden, die benötigt werden, um die Renditen zu berechnen.
- **Symbol**: Das Kürzel, welches das Wertpapier, für das die historischen Kurse benötigt werden, eindeutig identifiziert.
- **Outputsize**: Die Größe, die Kurse annehmen sollen. Man kann entweder alle historischen Kurse nehmen (full) und so bis zu 20 Jahren historischer Daten erhalten. Oder man nimmt eine kompaktere Variante (compact) und erhält so nur 100 Datensätze, also 100 Geschäftstage. Da für die Berechnungen in dieser Arbeit ca. 1300 Datensätze benutzt werden, wird die volle Größe genommen.
- **Apikey**: Der Schlüssel, der es ermöglicht, Daten zu empfangen. „Demo“ ermöglicht lediglich Zugriff für das Beispiel-Wertpapier.
- **Datatype**: Im Beispiel nicht vorhanden, da es unnötig ist. Lässt man es weg, ist der Datentyp im JSON-Format, genau das, was für die Arbeit benötigt wird. Man kann die Daten alternativ aber auch im CSV-Format anfordern.

Weitere Informationen sind zu finden unter folgendem Link: „<https://www.alphavantage.co/documentation/>“

Eine alternative Möglichkeit der Datenbeschaffung wäre zum einen die GitHub-Library „node-yahoo-finance“ von Nutzer „pilwon“ gewesen. Diese wurde zuletzt vor fast einem Jahr aktualisiert. Sie gibt Daten von Yahoo Finance aus, die über „Webcrawling“ auf der gleichnamigen Website beschafft werden. Yahoo hatte selbst eine API zum Bezug von Finanzdaten angeboten, dieses Angebot wurde allerdings eingestellt. Aus diesem Grund wurde diese Library als fragwürdig betrachtet und abgelehnt. Eine weitere Möglichkeit wäre die Quandl-API gewesen. Bei dieser wären allerdings nur wenige Wertpapiere

---

<sup>130</sup> Vgl. (API Dokumentation | Alpha Vantage, abgerufen am 06.08.2018)

kostenlos zugänglich gewesen, um Daten von allen Wertpapieren zu erhalten hätte man eine Premium-Mitgliedschaft benötigt.

### 9.3.3 NPM

NPM ist ein Paketmanager für Node.js und wurde 2009 als ein open-source-projekt erstellt. Es sollte JavaScript Entwicklern helfen, ihre Module mit anderen zu teilen. Die NPM registry beinhaltet eine öffentliche Sammlung an Paketen, nicht nur für Node.js, sondern auch z.B. für mobile Apps und vielen weiteren Anwendungsfällen. Die Firma, die für das Hosten und die Wartung verantwortlich ist, heißt „npm, inc.“ und wurde 2014 gegründet.<sup>131</sup> NPM wurde in diesem Projekt genutzt, um Technologien zu installieren und Pakete zu verwalten. Weitere Informationen sind zu finden unter: [„https://www.npmjs.com/“](https://www.npmjs.com/).

## 10 KONZEPTION

---

Die in diesem Kapitel beschriebenen Konzepte waren lediglich die Konzepte der Arbeit zu Beginn des Projektes, wobei die Funktionen die gleichen geblieben sind. Die Konzepte wurden auf Grund von Verbesserungsideen, technischen Problemen und Tests an einigen Stellen angepasst. Die finalen Konzepte, die auch dem eigentlichen Code entsprechen, sind in dem Kapitel 11: *Implementierung* beschrieben.

### 10.1 FUNKTIONEN DER ANWENDUNGEN

Die Funktionen der Anwendung umfassen:

- Der Nutzer soll folgendes können:
  - Einen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter auswählen.
  - Ein Kapital auswählen.
  - Bis zu drei Wertpapiere auswählen.
  - Basierend auf diesen Parametern eine Berechnung anfordern.
  - Sich über Informationstexte auf der Seite informieren.
- Die Webanwendung soll folgendes können:
  - Basierend auf den ausgewählten Wertpapieren den effizienten Rand, inklusive der jeweiligen Anteile, die ins Negative gehen dürfen, der Standardabweichung, der erwarteten Rendite und des Referenzportfolios, berechnen können.
  - Den effizienten Rand, mit dem Referenzportfolio, grafisch anzeigen.
  - Die Kennzahlen der Wertpapiere anzeigen.

---

<sup>131</sup> Vgl. (npm, abgerufen am 06.08.2018)

- Basierend auf dem Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter und dem Kapital eine Auswertung, mit Einschätzung des Portfolios, generieren.

## 10.2 SOFTWARETECHNIK-KONZEPTE

### 10.2.1 Client-Konzepte

Im Folgenden ist die erstmalige Konzeption des Clients in einem Klassendiagramm dargestellt. Bei der späteren Implementierung kommt es zu leichten Veränderungen, welche in 9.2.1: *Klassendiagramme des Clients* näher beschrieben werden. Die CSS-Klassen wurden aufgrund der Übersichtbarkeit vernachlässigt.

Bei der Konzeption wurde sich an dem Hybrid-Components Pattern für React.js orientiert. Über dieses kann man sich auf dieser Webseite informieren: <https://medium.com/build-acl/six-common-patterns-in-react-js-part-1-of-3-d18457a71ef5><sup>132</sup>

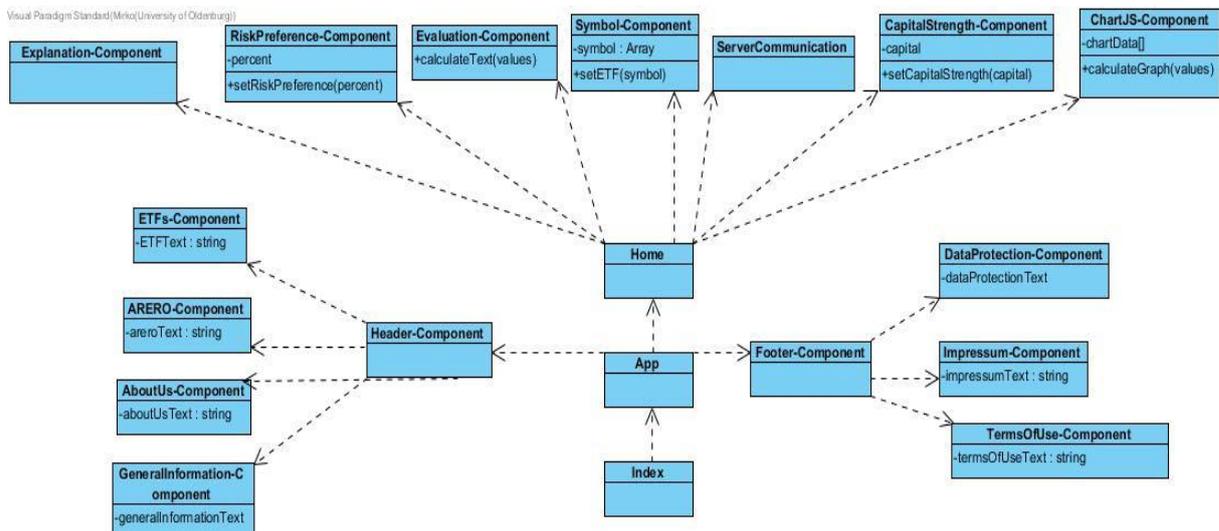


Abbildung 21: Planungs-Klassendiagramm des Clients

Bei der Konzeption wurde überlegt, dass eine grobe Aufteilung in Hauptseite (Home), Header und Footer stattfinden soll. Auf der Hauptseite soll sich der Kern der Anwendung befinden, das bedeutet, dass hier die noch nötige Logik, welche nicht vom Server berechnet wird, implementiert werden soll. Die Hauptseite soll sich zusammensetzen aus den folgenden Komponenten: „ServerCommunication“, „Evaluation“, „Symbol“, „CapitalStrength“, „RiskPreference“ und „ChartJS“.

<sup>132</sup> Dieser Absatz wurde nachträglich hinzugefügt

Die „**CapitalStrength**“-Klasse soll für die Eingabe des Kapitals vom Benutzer zuständig sein. Abhängig von der Kapitaleingabe soll sich auch dementsprechend der Auswertungstext ändern.

Die „**RiskPreference**“-Klasse soll die Eingabe des Risiko-Ertrags-Präferenz Parameters des Benutzers ermöglichen und behandeln. Abhängig von dem Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter soll sich ebenfalls der Auswertungstext ändern.

Die „**Symbol**“-Klasse soll die Eingabe und das Löschen von Wertpapieren ermöglichen und behandeln. Es sollen maximal drei Wertpapiere ausgewählt werden dürfen. Die erlaubten Kürzel sind unter: „<https://de.finance.yahoo.com>“ zu finden. Die Auswertung, ob ein erlaubtes Kürzel eingegeben wurde oder nicht, wird vom Server überprüft. Bei drei eingegeben Wertpapieren soll der Button zum Eingeben von diesen deaktiviert werden.

Die „**ChartJS**“-Klasse soll einen Graphen abhängig von der erwarteten Rendite und dem Risiko darstellen. Hier soll der effiziente Rand dargestellt werden. Außerdem soll auch der Arero-Fonds als Referenzpunkt in dem gleichen Diagramm abgebildet werden.

In der „**Evaluation**“-Klasse soll die Auswertung entsprechend der vom Benutzer getätigten Eingaben stattfinden. Abhängig von der Risikopräferenz und des Eingabekapitals soll sich diese ändern. Entsprechend, nach allen Eingaben und den Berechnungen des Servers, soll hier eine Liste mit den empfohlenen Anteilen der Investition angezeigt werden.

Die „**ServerCommunication**“-Klasse soll für die Verbindung zum Server zuständig sein. Von hier aus sollen bis zu drei Wertpapiere an den Server geschickt werden. Außerdem werden hier auch die Daten vom Server, nach den Berechnungen, direkt wieder empfangen.

Über die obere Navigationsleiste sollen die folgenden Informationsseiten erreicht werden: „GeneralInformation“, „Arero“, „ETFs“ und „AboutUs“. Diese Seiten sind auch aus dem Klassendiagramm zu entnehmen. Über den Footer sollen die folgenden Seiten erreicht werden: „Impressum“, „TermsOfUse“ und „DataProtection“.

Im Anhang ist ein Mock-Up bei Abbildung 30 zu finden. Dieses soll zur Orientierung bei der Programmierung der Website dienen. Bei der schlussendlichen Umsetzung ist es auch noch zu Änderungen gekommen. Das liegt unter anderem daran, dass bei der Implementierung auch an ein responsives Design gedacht wurde. Dabei passt sich die Oberfläche dem entsprechenden Display des Benutzers an.

Zusammenfassend ist die Website so geplant, dass zunächst ein allgemeiner Informationstext über die Benutzung der Website zu sehen sein wird. Daraufhin hat der Benutzer die Möglichkeit sein gewünschtes Investitionskapital einzugeben. Schließlich kann er bis zu drei Wertpapiere auswählen und einen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter angeben. Wurden diese Eingaben getätigt, wird der effiziente Rand in einem Diagramm gezeichnet und mit dem Arero-Fonds verglichen. Basierend auf den Eingabedaten wird dem Benutzer empfohlen, wie viel er in welches Wertpapier investieren soll.

### 10.2.2 Server-Konzepte

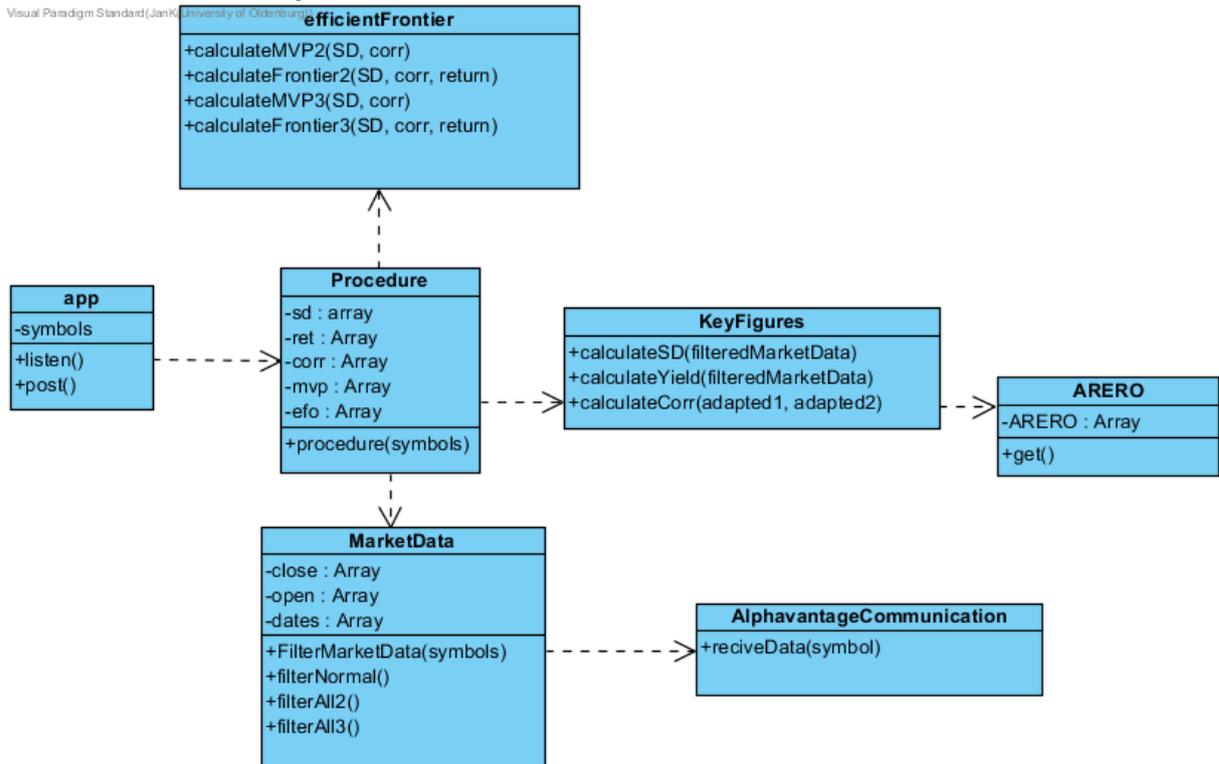


Abbildung 22: Planungs-Klassendiagramm des Servers

Das Diagramm wird in 11.2.1: *Klassendiagramme* genauer beschrieben. Die grobe Idee ist: app soll mit dem Client kommunizieren, sie soll dann bei einer Anfrage procedure aufrufen, die dann die Berechnungen leitet. Dies geschieht, indem sie erst die Marktdaten, von MarketData von Alpha Vantage abgerufen und dann gefiltert, erhalten soll, basierend auf diesen dann die Kennzahlen mit KeyFigures berechnen soll, woraufhin wiederum basierend auf den Kennzahlen der effiziente Rand berechnet werden soll.

Diese Funktionsweise orientiert sich an dem Mediator Pattern Design Pattern. Dieses wird genutzt, um die Kommunikation zwischen den Klassen einfacher zu gestalten. Dies geschieht, indem eine „mediator class“, in diesem Fall die „procedure“-Klasse, die

Kommunikation zwischen den einzelnen Klassen handhabt.<sup>133</sup> Man kann über das Mediator Pattern Design Pattern auf dieser Webseite mehr erfahren: [https://www.tutorialspoint.com/design\\_pattern/mediator\\_pattern.htm](https://www.tutorialspoint.com/design_pattern/mediator_pattern.htm)<sup>134</sup>

### **10.3 GROBE BESCHREIBUNG DES ABLAUFES**

Der grobe Ablauf und eine Einordnung der Funktionen der Anwendung in einem Ablaufdiagramm, so wie es in der Planungsphase entstanden ist, ist im Anhang in Abbildung 31 zu finden.

Dabei impliziert „ETF-Auswahl“, dass nach jedem Wertpapier, den man eingibt, eine Anfrage an den Server gestellt wird. Dies wurde geändert, weil es vielleicht für einen neuen Nutzer intuitiver wäre, aber für einen erfahrenen User, der direkt mit drei Wertpapieren arbeiten will, umständlich ist, da man immer einen Moment auf die Antwort des Servers warten müsste. Jetzt kann man erst ein paar Wertpapiere auswählen und dann durch den „Berechnen“-Button eine Anfrage mit diesen an den Server stellen. Außerdem wurde kein Punkt am effizienten Rand markiert. Des Weiteren ließ man in diesem Ablaufdiagramm, auf der Serverseite, den eigentlich sehr aufwendigen Prozess der Datenfilterung von den Alpha Vantage-Daten aus.

Dieses Anwendungsdiagramm ist zwar veraltet, beschreibt aber dennoch relativ akkurat den Ablauf der Webanwendung. Die einzelnen Prozesse stehen wesentlich detaillierter im nächsten Kapitel beschrieben.

## **11 IMPLEMENTIERUNG**

---

### **11.1 DOKUMENTATION CLIENTSEITIG**

#### **11.1.1 Klassendiagramm**

Bei der Implementierung des Clients wurde sich an der ursprünglichen Konzeption des Klassendiagramms orientiert. Allerdings ist es noch zu Veränderungen gekommen. Das Klassendiagramm des Clients sieht wie folgt aus:

---

<sup>133</sup> (Design Patterns Mediator Pattern, abgerufen am 14.01.2019)

<sup>134</sup> Dieser Absatz wurde nachträglich hinzugefügt

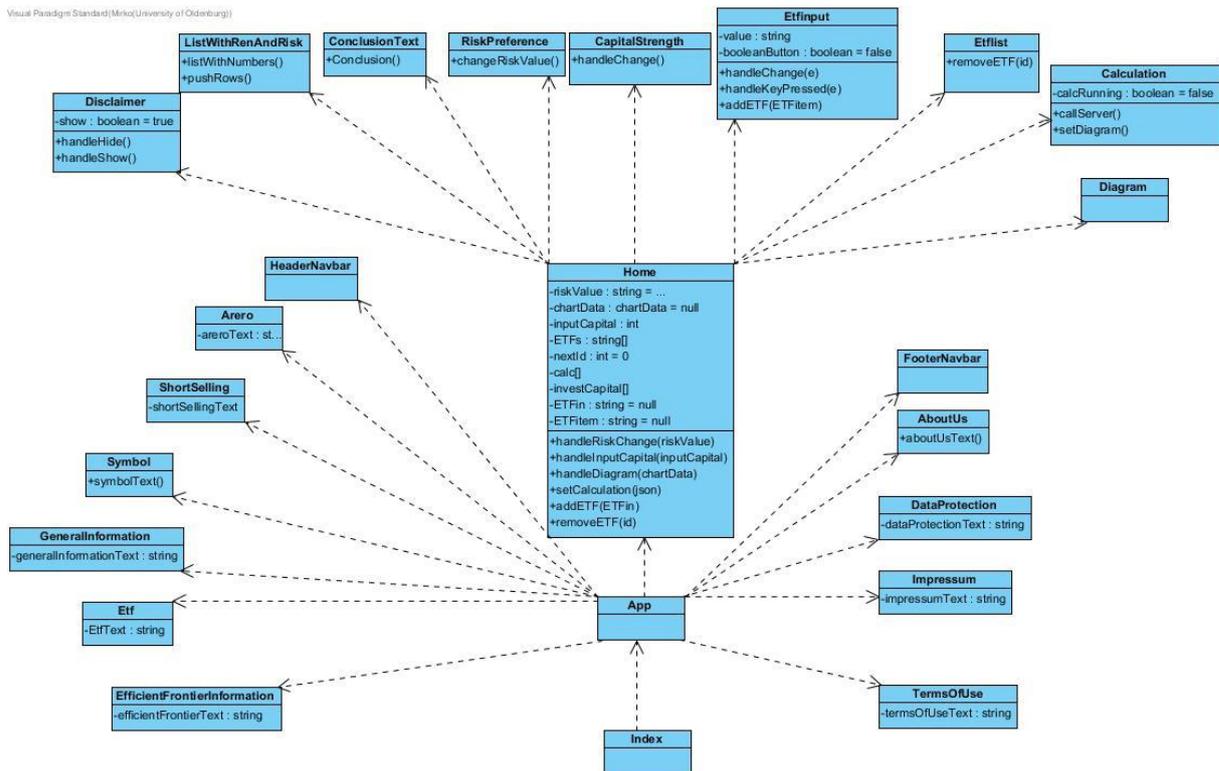


Abbildung 23: Finales Klassendiagramm des Clients

Bei der Erstellung des Klassendiagramms wurden nur die JSX-Klassen berücksichtigt. Aufgrund der Übersichtlichkeit wurden die CSS-Klassen vernachlässigt. Die Pfeile zeigen an, welche Klassen auf andere Klassen zugreifen. Im Allgemeinen wurden die Funktionen möglichst so geschrieben, dass sie skalierbar sind. Das bedeutet, dass es einfach und mit nur wenigen Änderungen möglich wäre, mehr als drei Wertpapiere zu berücksichtigen.

In der „**App**“-Klasse wurden die Routes zu den einzelnen Seiten umgesetzt. Dies ist die Grundlage, um auf eigene Seiten, wie z.B. „GeneralInformation“, zu gelangen. Über den oberen Header (Navigationsleiste), den Footer (Fußzeile) und weitere Links können diese Seiten aufgerufen werden. Die Startseite der Website ist in der „**Home**“-Klasse enthalten, welche den Großteil der Webanwendung enthält. Zusätzlich zur ursprünglichen Konzeption des Clients, wurden im Header noch Informationsseiten zu Leerverkäufen und dem effizienten Rand hinzugefügt. Außerdem kann über einen Link von der Hauptseite aus die Kürzel-Erklärungsseite erreicht werden. Die Über-uns-Seite, welche ursprünglich im Header geplant war, wurde in den Footer verschoben.

Gespeicherte Werte werden als states bezeichnet. In der ursprünglichen Konzeption sollten die states in der Klasse gespeichert werden, wo sie auch gesetzt werden. Jetzt werden alle states, welche von mehr als einer Klasse benutzt werden, in der „**Home**“-Klasse gespeichert, zwecks einfacheren Zugriffes auf diese von anderen Klassen aus.

Die „**handleRiskChange**“-Funktion und die „**handleInputCapital**“-Funktion sind für die Speicherung der states in der „**Home**“-Klasse von jeweils dem Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter und dem Eingabekapital des Benutzers zuständig. Die „**handleDiagram**“-Funktion speichert das vom Server berechnete Diagramm in der eigenen Klasse. Die „**setCalculation**“-Funktion sorgt dafür, dass die Daten, welche vom Server kommen, gespeichert werden. Die „**addETF**“-Funktion und die „**removeETF**“-Funktion sind für das Hinzufügen zu beziehungsweise für das Entfernen von Wertpapieren aus einer Liste. Beim Hinzufügen eines Wertpapiers wird überprüft, ob das Kürzel bereits in der Liste enthalten ist, da es bei der Berechnung im Server sonst zu Fehlern kommen würde. Sollte ein Anwender zweimal das gleiche Kürzel eingeben, dann führt dies zu einem Alert, in welchem der Anwender darüber informiert wird. Auch wird geprüft, ob bereits drei Wertpapiere hinzugefügt worden sind.

Die „**Disclaimer**“-Klasse beinhaltet einen Disclaimer, welcher den Nutzer auf die Gefahren der Benutzung der Website hinweist. Während der state „**show**“ in der Klasse auf „**true**“ steht, wird der Disclaimer angezeigt. Über einen Button kann der Nutzer diesen Disclaimer ausschalten. Wird dieser Button gedrückt, wird der state „**show**“ auf „**false**“ gesetzt, wofür die „**handleHide**“-Funktion zuständig ist.

Die „**RiskPreference**“-Klasse sorgt dafür, dass der Benutzer die Möglichkeit hat, sich zwischen einer von fünf Risiko-Ertrags-Präferenz Parametern zu entscheiden. Darunter sind die Risiken: minimales Risiko, geringes Risiko, mittleres Risiko, hohes Risiko und extremes Risiko. Ein minimales Risiko entspricht null Prozent. Dabei steigert sich das Risiko pro Risikoklasse um 25 Prozent auf schließlich 100 Prozent. Außerdem wird in dieser Klasse das eingegebene Risikoniveau dem Benutzer in Textform angezeigt. Die „**changeRiskValue**“-Funktion sorgt dafür, dass der eingegebene Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter in der „**Home**“-Klasse gespeichert wird.

Die „**CapitalStrength**“-Klasse dient dazu, dem Nutzer ein Eingabefeld zur Verfügung zu stellen, in welches er sein Kapital eingeben kann. Die „**handleChange**“-Funktion ist dafür zuständig, dass das Eingabekapital in der „**Home**“-Klasse gespeichert wird. In dieser Klasse wird zudem überprüft, ob die eingegeben Daten des Benutzers nur aus ganzen Zahlen bestehen. Dabei erhält er auch eine Rückmeldung, ob seine Eingabedaten wirklich nur aus Zahlen bestehen oder nicht.

Die „**ETFInput**“-Klasse ermöglicht es dem Benutzer, Wertpapiere einzugeben. Die „**addETF**“-Funktion sorgt dafür, dass ein Wertpapier in einer Liste in der „**Home**“-Klasse gespeichert wird. Zusätzlich wird hier geprüft, ob überhaupt etwas in das Eingabefeld für Wertpapiere eingegeben wurde, da ein leeres Feld bei Bestätigung zu Fehlern führen

würde. Bei drei eingegeben Wertpapieren wird der Button zum Eingeben von Wertpapieren deaktiviert und erst nach dem Löschen von mindestens einem Wertpapier wieder aktiviert. Außerdem wurde in der Klasse ein Dropdown-Menü realisiert, welches acht ETFs beinhaltet. Darunter auch ETFs wie z.B. der Arero, welcher nicht von Alpha Vantage unterstützt wird. Die Kennzahlen dieser ETFs wurden dafür selbst serverseitig eingefügt. Das Dropdown-Menü wurde aufgrund von durchgeführten Usability-Tests hinzugefügt.

Die „**ETFlist**“-Klasse sorgt dafür, dass dem Nutzer die Liste, mit dem von ihm eingegeben Wertpapieren, angezeigt wird. Dabei hat er die Möglichkeit ein Wertpapier über einen Button zu entfernen. Wenn dieser Button betätigt wird, führt dies zur Ausführung der „**removeETF**“-Funktion, welche das Wertpapier aus der gespeicherten Liste in der „**Home**“-Klasse löscht.

In der „**Calculation**“-Klasse ist die Kommunikation zum Server geregelt. Hier ist ein Button implementiert, mit welchem die Berechnung des Servers gestartet werden kann. Wird der Button gedrückt, wird die „**callServer**“-Funktion aufgerufen. Dieser Button kann erst betätigt werden, wenn mindestens ein Wertpapier in der ETF-Liste ist, da dies sonst zu Fehlern im Server führen würde. Um den Nutzer davon abzuhalten, den Server zu überlasten, wurde der state „**calcRunning**“ eingeführt. Er wird immer auf „true“ gesetzt, wenn der Benutzer den Button zum Berechnen betätigt. Erst wenn der Client eine Antwort vom Server erhält, wird der state wieder auf „false“ gesetzt und es kann wieder eine neue Berechnung gestartet werden. In dieser Funktion werden die eingegeben Wertpapiere mithilfe einer „PUT-Methode“ an den Server gesendet. Wenn der Server mit der Berechnung fertig ist, werden hier auch die Ergebnisse der Berechnung empfangen und schließlich gesetzt. Zusätzlich werden die benötigten Daten für das Diagramm mithilfe der „**setDiagram**“-Funktion gesetzt. Hier werden einerseits die Daten für den effizient Rand und den Arero-Fonds gesetzt oder, bei nur einem eingegebenen Wertpapier, der entsprechende Punkt und der Arero-Fonds.

In der „**Diagram**“-Klasse wird das entsprechende Diagramm, welches das Risiko mit der zugehörigen erwarteten Rendite der Wertpapier-Kombination anzeigt, abhängig von den berechneten Werten des Servers, gezeichnet. Das Diagramm wurde mit ChartJS umgesetzt.

In der „**ListWithRenAndRisk**“-Klasse wird eine Tabelle erzeugt mit dem Einzelrisiko und der erwarteten Rendite der einzelnen Wertpapiere. Zusätzlich werden die empfohlenen Anteile, abhängig vom eingegebenen Risiko, angezeigt. In der „**listWithNumbers**“-Funktion wird überprüft, welchen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter der Nutzer

eingetragen hat. Abhängig von diesem Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter wird der jeweilige Wert für die Anteile, aus dem vom Server geschickten Array, in einer Liste gespeichert. Diese Liste ist auch erweiterbar auf mehr als drei Wertpapiere. Mithilfe der „**pushRows**“-Funktion werden die Wertpapiere mit dem dazugehörigen Risiko, der erwarteten Rendite und dem empfohlenem Investitionswert in einer Reihe gespeichert, um sie später in einer Tabelle darzustellen.

Die „**ConclusionText**“-Klasse sorgt dafür, dass ein Auswertungstext, abhängig von den Eingaben des Nutzers, dargestellt wird. In der „**conclusion**“-Funktion wird das Risiko und die erwartete Rendite, abhängig von dem eingegebene Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter, dem Nutzer in einem Auswertungstext erklärt. Dieser Auswertungstext ändert sich dynamisch, sollte der Nutzer seinen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter ändern. Wählt der Nutzer nur ein Wertpapier aus, wird ihm empfohlen weitere zur Diversifikation hinzuzufügen.

Bei der Implementierung von Buttons, Eingabefeldern und Weiterem wurde größtenteils auf „React-Bootstrap“ zurückgegriffen, aufgrund des besseren Designs. Außerdem wurden einige Klassen um eine CSS-Klasse erweitert.

### **11.1.2 Endgültiges Aussehen der Webanwendung**

Das endgültige Aussehen der Webanwendung ist im Anhang in Abbildung 32 bis Abbildung 35 zu sehen.

## **11.2 DOKUMENTATION SERVERSEITIG**

### **11.2.1 Klassendiagramme**

Das Klassendiagramm des Servers sieht wie folgt aus:

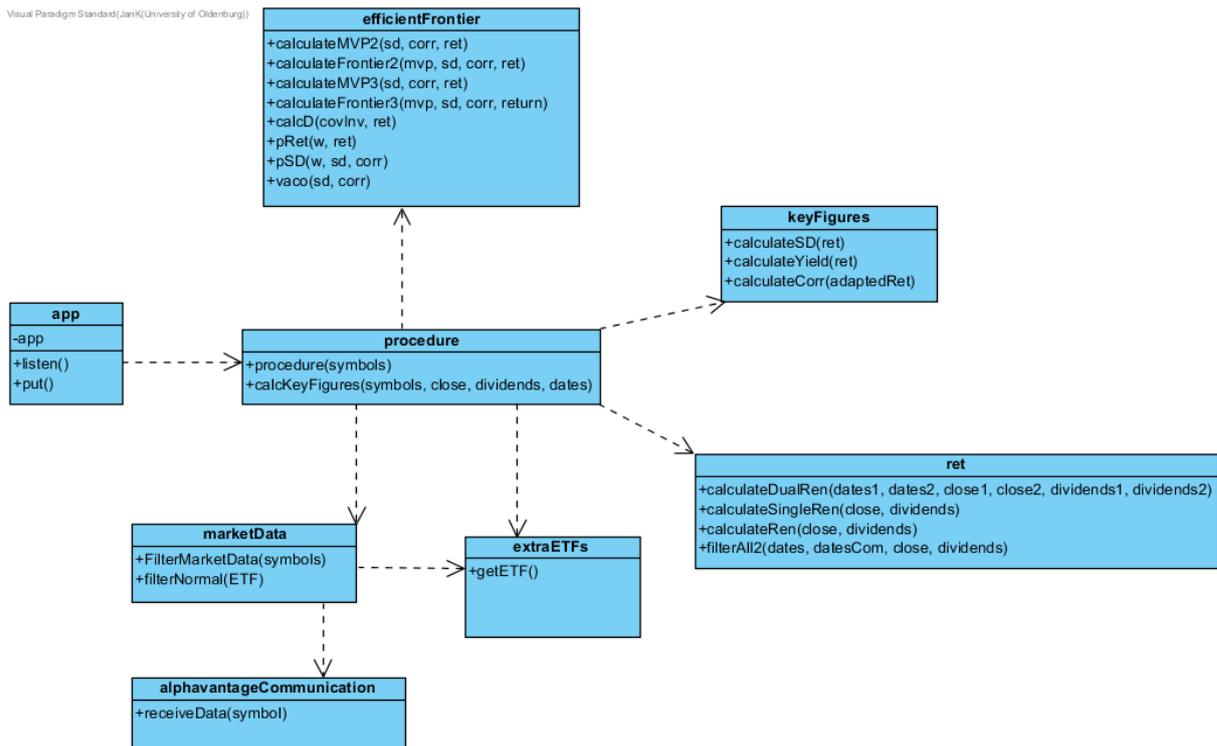


Abbildung 24: Finales Klassendiagramm des Servers

Dabei zeigen die Pfeile, welche Klasse auf Methoden anderer Klassen zugreift. Es wurde versucht, möglichst keine globalen Variablen einzuführen und die benötigten Werte von Funktion zu Funktion, wenn nötig, weiterzugeben. Weiterhin wurde darauf geachtet, eine logische Trennung zwischen den Belangen zu schaffen, sowohl in den Klassen als auch den Funktionen. Weil weiterhin versucht wurde, die Anwendung skalierbar zu halten, um den Anwendungsfall eventuell auf mehr als drei Wertpapiere auszudehnen, wurden alle Werte in Arrays gespeichert, da diese im Zweifelsfall einfach zu erweitern sind. Vor allem den Funktionen in der „efficientFrontier“-Klasse sollte anzumerken sein, dass diese mit einer möglichen Skalierbarkeit im Hinterkopf geschrieben wurden.

Das Klassendiagramm war in der Planung noch wie in *Abbildung 22: Planungs-Klassendiagramm des Servers*

Die gravierendsten Unterschiede sind die Abschaffung der globalen Variablen, das Hinzufügen der „ret“- und „extraETFs“-Klassen und die vielen Hilfs-Methoden in der „efficientFrontier“-Klasse.

Die globalen Variablen wurden nicht umgesetzt, da sie keinen Mehrwert boten und für die asynchrone Umsetzung der Methoden eher ein Risiko bargen als sinnvoll zu sein. Weiterhin mussten die Variablen innerhalb der Methoden ohnehin immer wieder resettet werden, da der Server sonst alte Werte zwischenspeichern konnte, was zu Fehlern geführt hätte.

Die „ret“-Klasse wurde eingeführt, um einerseits die Rendite von den bloßen Marktdaten abzukoppeln und andererseits die „marketData“-Klasse übersichtlicher zu gestalten, da diese sonst sehr lang gewesen wäre. In der „ret“-Klasse wurden außerdem die Methoden zur Berechnung der Rendite etwas angepasst: Die ursprüngliche Idee war es im Ein-Asset-Fall nur das eine Array zu filtern, beim Zwei-Asset-Portfolio die einzelnen Arrays zu filtern und dann die beiden Arrays miteinander zu vergleichen und beim Drei-Asset-Portfolio die einzelnen Arrays zu filtern und dann die drei Arrays miteinander zu vergleichen (für die Korrelation). Dies wurde einerseits wegen der Skalierbarkeit und andererseits zu Gunsten der Genauigkeit der Berechnung geändert. Jetzt werden, unabhängig von der Menge der Wertpapiere, erstmal die einzelnen Renditen berechnet und dann, immer wenn die Korrelation berechnet wird, die beiden betroffenen Arrays gefiltert. Also anstatt, dass alle Arrays miteinander verglichen werden, werden immer nur die zwei jeweils betroffenen Arrays verglichen. Fehlt nun z.B. bei ETF1 ein Datum, das allerdings bei ETF2 und ETF3 vorhanden ist, ist dies ja für die Korrelation zwischen ETF2 und ETF3 völlig uninteressant. Der gewählte Ansatz ist also genauer, als alle drei miteinander zu vergleichen. Außerdem ist die Anwendung so leichter skalierbar.

Die „extraETFs“-Klasse wurde kurz vor Ende der Arbeit eingefügt. Sie ersetzt die „ARERO“-Klasse des Planungs-Klassendiagramms. Sie wurde eingeführt, um eine Pflege von Wertpapieren, die nicht auf Alpha Vantage verfügbar sind, zu ermöglichen. Die Daten dieser Wertpapiere werden in einzelne Dateien, die hier nicht aufgeführt werden, eingepflegt. Diese Daten umfassen die dates-, close- und dividends-Werte der Wertpapiere der letzten fünf Jahre. Sie haben das gleiche Format, das die gefilterten Alpha Vantage-Daten haben, um eine Berechnung der Kennzahlen, vor allem der Korrelation, zu ermöglichen. Die „extraETFs“-Klasse fungiert dabei als Schnittstelle, die überprüft, ob eines der übergebenen Kürzel ein intern gespeichertes Wertpapier anfordert. Sollte dies der Fall sein, gibt sie eine Kopie dieser Daten zurück.

Die Hilfsmethoden in der „efficientFrontier“-Klasse wurden eingeführt, um die anderen Methoden nicht zu überfrachten. So wurden Methoden eingeführt, um ganz allgemeingültig die Standardabweichung und die erwartete Rendite im Portfolio zu berechnen. Diese funktionieren also sowohl bei zwei sowie bei drei Assets und würden auch bei zehn funktionieren. Die Funktionen zur Berechnung der invertierten Varianz-Kovarianz-Matrix und die zur Berechnung des Faktors  $d$  wurden ausgelagert, auch um die Hauptfunktionen nicht zu überfrachten. Diese Hilfsfunktionen sind alle skalierbar, also auch für mehr als drei Assets anwendbar.

## 11.2.2 Sequenzdiagramme und Ablauf

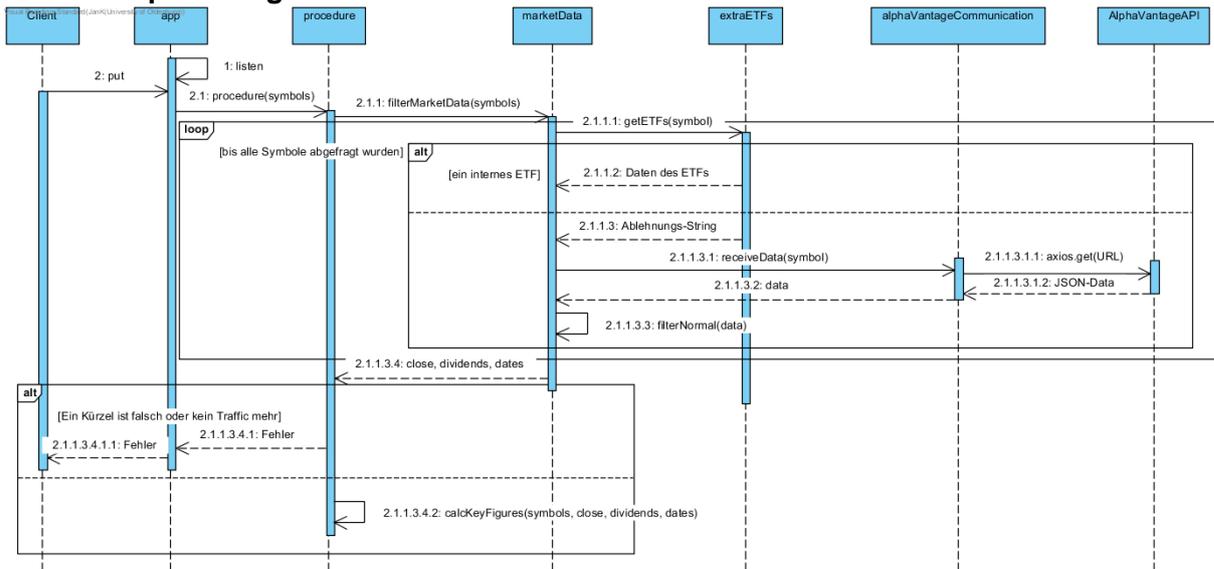


Abbildung 25: Teil 1 des Server-Sequenzdiagramms

Der Ablauf startet mit dem Start des Servers, also damit, dass die „**app**“-Klasse startet und „zuhört“. Sendet nun der Client eine put-Anfrage, die ein bis drei Wertpapier-Kürzel enthält, wird die „**put**“-Funktion aus der „**app**“-Klasse ausgeführt. Sie speichert die Wertpapier-Kürzel zuerst in einem Array und setzt dann die Kettenreaktion in Bewegung, indem sie die „**procedure**“-Funktion aus der gleichnamigen Klasse mit dem eben erschaffenen Array aufruft.

Die „**procedure**“-Funktion, also die Funktion, die den ganzen Ablauf steuert und alle Ergebnisse zwischenspeichert, ruft mit dem übergebenen Array direkt die „**filterMarketData**“-Funktion aus der „**MarketData**“-Klasse auf und speichert die Antwort in einer Hilfsvariable.

Die „**filterMarketData**“-Funktion führt zuerst für die close-, dates- und dividends-Werte Hilfsarrays ein. Nun wird für jedes Wertpapier-Kürzel eine Schleife durchlaufen: Zuerst wird mit der „**getETF**“-Funktion der „**extraETFs**“-Klasse überprüft, ob das Kürzel einen internen ETF abfragt. Ist dies der Fall, wird eine Kopie der close-, dates- und dividends-Werte des ETFs von der entsprechenden Datei gefordert und an die „**MarketData**“-Klasse zurückgegeben. Wird kein interner ETF angefragt, gibt die „**getETF**“-Funktion einfach einen „weitermachen“-String zurück. Es wird dann die „**receiveData**“-Funktion aus der „**alphaVantageCommunication**“-Klasse mit dem entsprechenden Kürzel aufgerufen und die Antwort, auf die gewartet wird, wird in dem JSON-Hilfsarray gespeichert.

In der „**receiveData**“-Funktion wird zuerst die URL mit dem entsprechenden Kürzel zusammengesetzt, woraufhin mit dieser mit Hilfe der Axios-Library eine get-Anfrage an

Alpha Vantage gesendet wird und das erwartete JSON-Objekt in einer Hilfsvariable gespeichert wird. Dieses Ergebnis wird geprüft: War der API-Aufruf fehlerhaft, bedeutet dies, dass das Wertpapier-Kürzel nicht existiert und es wird ein einfacher „wrong“-String zurückgegeben. Ist der Traffic bei Alpha Vantage verbraucht (nur 5 Anfragen in einer Minute), wird ein einfacher „over“-String an den Server zurückgegeben. Sind die Daten ordnungsgemäß, so wird das JSON-Objekt zurückgesendet.

Zurück in der „**filterMarketData**“-Funktion wird erst geprüft, ob die erhaltene Antwort ein „wrong“ oder ein „over“-String ist. Ist eines davon der Fall, so wird dies in die close- dates und dividends-Arrays gespeichert, an der Stelle des Kürzels. Ist die Antwort ordnungsgemäß, wird die klasseninterne „filterNormal“-Funktion mit den erhaltenen JSON-Objekten aufgerufen und die Antwort in den Hilfsarrays gespeichert.

In dieser „**filterNormal**“-Funktion werden die Daten des JSON-Objektes zuerst auf 1300 Datensätze begrenzt, da lediglich ca. 5 Jahre betrachtet werden. Es werden in einer Schleife die close-, open-, dates- und dividends-Werte aus dem JSON-Objekt jeweils in einem eigenen Array gespeichert. Als nächstes werden eventuelle Lücken aus dem close-Array, also Stellen, an denen close einen Wert von 0 hat, mit dem entsprechenden open-Wert (der vom nächsten Tag) geschlossen. Da dadurch noch nicht unbedingt alle Lücken geschlossen sein müssen, wird eine weitere Fehlerbehandlung durchgeführt: Es wird in einer Schleife so lange gesucht, bis eine Lücke gefunden wurde. Danach wird überprüft, wie viele Stellen nacheinander einen 0-Wert haben. Dann wird die Differenz zwischen dem close-Wert vor und dem nach der Lücke berechnet. Es folgt die Berechnung, wie sich die Differenz zu der Anzahl der Lücken verhält, also wie stark der Kurs pro Lücke gestiegen oder gefallen sein muss. Dann werden die Lücken mit diesen Werten aufsteigend bzw. absteigend nacheinander gefüllt. Als letztes werden dann die close-, dates- und dividends-Arrays umgedreht, um eine Berechnung einfacher und intuitiver zu gestalten, und dann zurückgegeben.

Zurück in der „**filterMarketData**“-Funktion wird die eben beschriebene Prozedur für alle weiteren Wertpapier-Kürzel wiederholt. Die close-, dates- und dividends-Arrays sollten nun also alle gefüllt sein und werden zurück an die „procedure“-Funktion übergeben.

Zurück in der „**procedure**“-Funktion wird ein Hilfsarray eingeführt. Dann wird in einer Schleife geprüft, ob in den Ergebnissen der „filterMarketData“-Funktion entweder ein Kürzel falsch war oder ob der Traffic verbraucht wurde. Wenn eines davon der Fall ist, wird dies in dem Hilfsarray gespeichert. Nach der Schleife wird geprüft, ob das Hilfsarray leer ist und wenn nicht, wird dieses an app zurückgegeben, da das bedeutet, dass ein

Fehler vorliegt. Von app aus wird dieses Hilfsarray an den Client gesendet, der das Array mit der entsprechenden Fehlermeldung erhält und dem Nutzer den Fehler anzeigt.

Sind diese Fehler nicht entstanden, werden erstmal für die Kennzahlen Hilfsarrays eingeführt. Dann wird die klasseninterne „calcKeyFigures“-Funktion mit den Kürzel-, close-dividends- und dates-Arrays aufgerufen und das Ergebnis in den Hilfsarrays zu den Kennzahlen gespeichert.

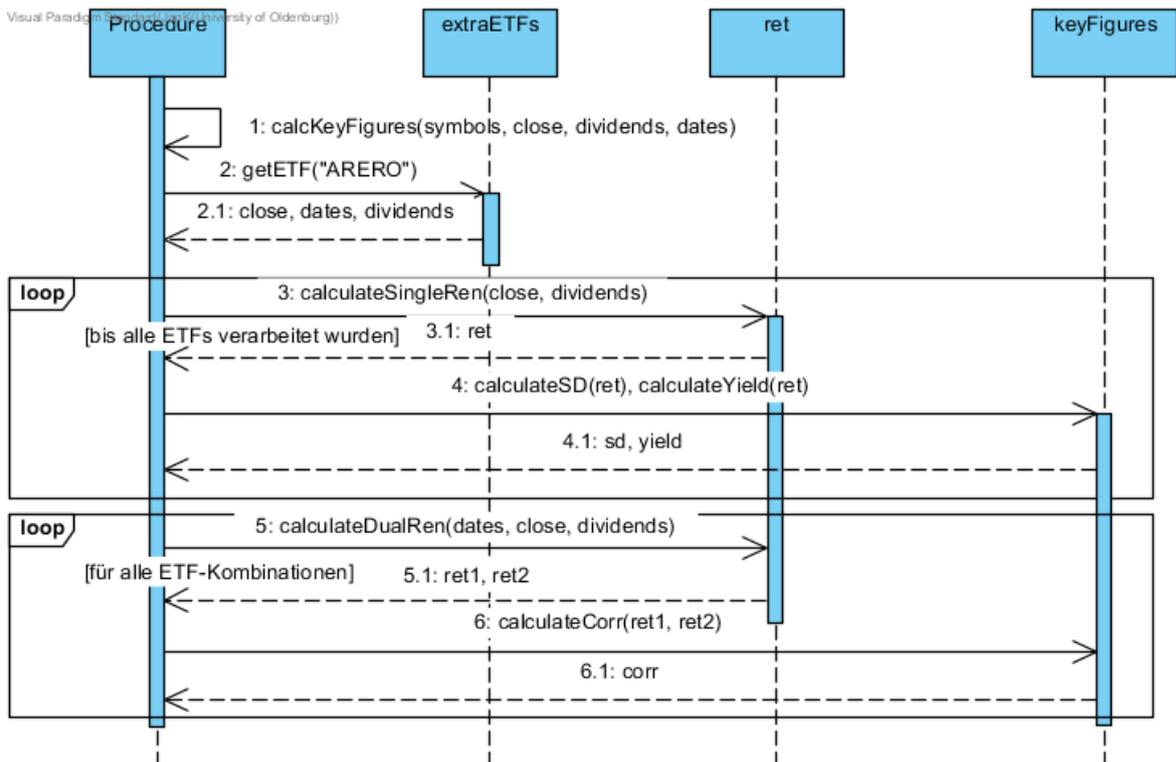


Abbildung 26: Teil 2 des Server-Sequenzdiagramms

In der „**calcKeyFigures**“-Funktion werden erstmal Hilfsarrays für die Kennzahlen eingeführt. Dann wird von der „extraETFs“-Klasse die „getETF“-Funktion mit dem „ARERO“-String aufgerufen. Diese gibt die historischen Kurse des Arero-Fonds zurück. Danach werden erstmal für den Arero-Fonds und dann für die jeweils anderen Wertpapiere die historischen Renditen mit der „calculateSingleRet“-Funktion aus der „ret“-Klasse mit den close- und dividends-Werten berechnet.

Die „**calculateSingleRet**“-Funktion ruft wiederum die klasseninterne „**calculateRet**“-Funktion auf. Diese berechnet in einer Schleife mit den close- und dividends-Werten alle historischen Renditen, welche wieder bis zur „procedure“-Klasse zurückgegeben werden.

Zurück also in der „**calcKeyFigures**“-Funktion stehen nun die historischen Renditen zur Verfügung. Diese werden in einer Schleife nochmals geprüft: falls sich ein NaN-Wert

eingeschlichen hat, wird dieser mit Hilfe der Ramda-Library entfernt. Man befindet sich immer noch in der Schleife des jeweiligen Wertpapiers bzw. noch beim Arero-Fonds und berechnet nun die Standardabweichung und die erwartete Rendite des jeweiligen Wertpapiers. Dies wird mit der „calculateSD“- und der „calculateYield“-Funktion der „keyFigures“-Klasse gemacht, an die die errechneten historischen Renditen weitergegeben werden.

In der „**calculateSD**“-Funktion wird, mit Hilfe der SimpleStatistics-Library, basierend auf den historischen Renditen, die Standardabweichung berechnet. Diese wird dann mit der Wurzel aus 250 multipliziert und zurückgegeben. In der „**calculateYield**“-Funktion wird ebenfalls, mit Hilfe der SimpleStatistics-Library, die erwartete Rendite berechnet, die der Mittelwert der historischen Renditen ist. Diese wird nun noch mit 250 multipliziert und zurückgegeben.

Zurück in der „**calcKeyFigures**“-Funktion werden diese Werte in den entsprechenden Arrays gespeichert. Nach Ablauf der Schleife sind nun also alle Standardabweichungen und erwarteten Renditen bekannt. Als nächstes wird in einer doppelten Schleife das zweidimensionale Korrelations-Array gefüllt. Dabei werden die diagonalen Werte, die von oben links kommen und nach unten rechts gehen, mit 1 gefüllt. Bei den anderen werden erstmal die Renditen von den beiden beteiligten Wertpapieren mit der „calculateDualRet“-Funktion aus der „ret“-Klasse berechnet und dazu die jeweiligen dates-close- und dividends-Werte übergeben.

In dieser „**calculateDualRet**“-Funktion werden jeweils zwei Hilfsarrays mit angepassten close- und dividends-Werten mit der klasseninternen „**filterAll2**“-Funktion erstellt. Diese bekommt die dates-, close- und dividends-Werte von dem einem Wertpapier und die dates-Werte des jeweils anderen übergeben. Danach prüft sie, ob die dates-Werte des Wertpapiers die dates-Werte des anderen alle beinhaltet. Hat das Wertpapier einen dates-Wert, den das andere nicht hat, wird dieser mit dem entsprechenden close- und dividends-Wert gelöscht.

Diese Methode wird für beide Wertpapiere ausgeführt um die Werte, die überzählig sind, bei beiden zu entfernen. Dann wird mit diesen angepassten close- und dividends-Werten die „calculateRet“-Funktion aufgerufen, um die historischen Renditen für diese angepassten Wertpapiere zu berechnen. Diese Renditen-Arrays sind nun gleich lang und haben nur die historischen Renditen, die mit den anderen genau zeitgleich sind. Diese Arrays werden nun an die „calcKeyFigures“-Funktion zurückgegeben.

Zurück in der „**calcKeyFigures**“-Funktion wird das Ergebnis in einer Hilfsvariable gespeichert, die nun an die „**calculateCorr**“-Funktion aus der „keyFigures“-Klasse

übergeben wird. In dieser wird nun geprüft, ob sich in einem der Renditen-Arrays ein NaN-Wert befindet. Wenn dies der Fall ist, wird er aus dem Array gelöscht und die Rendite an der gleichen Stelle aus dem anderen Array ebenfalls. Nun wird mit Hilfe der `SimpLeStatistics`-Library die Korrelation mit den beiden angepassten historischen Renditen berechnet und zurückgegeben. Der Korrelationswert wird nun in der „`calcKeyFigures`“-Funktion in der Korrelationsmatrix an den entsprechenden Stellen gespeichert. Ist die doppelte Schleife beendet, so ist die Matrix gefüllt und die Standardabweichungen, die erwarteten Renditen und die Korrelationen werden zurückgegeben.

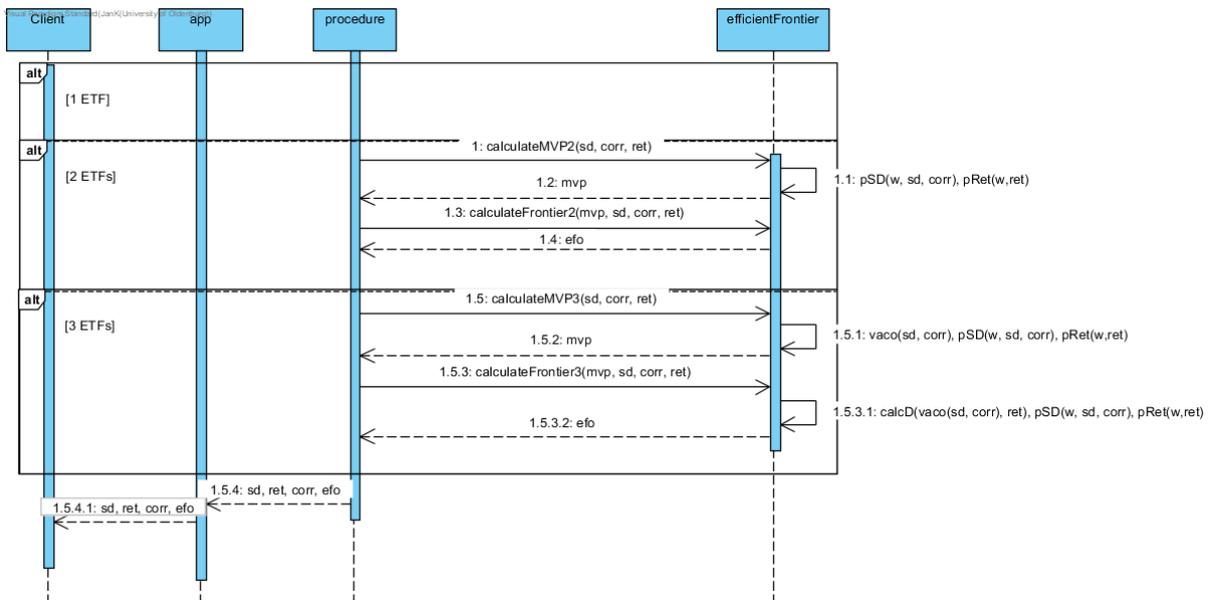


Abbildung 27: Teil 2 des Server-Sequenzdiagramms

Zurück in der „**procedure**“-Funktion werden die Kennzahlen in den entsprechenden Hilfsarrays gespeichert. Als nächstes müssen noch die effizienten Ränder berechnet werden. Gibt es nur ein Wertpapier, so muss nichts weiter gemacht werden, als die Kennzahlen an den Client zu senden. Bei zwei Wertpapieren wird erst die „`calculateMVP2`“-Funktion mit den berechneten Kennzahlen und dann die „`calculateFrontier2`“-Funktion mit dem berechneten MVP und den Kennzahlen aufgerufen. Diese Funktionen stammen aus der „`efficientFrontier`“-Klasse.

In der „**calculateMVP2**“-Funktion werden als erstes die Anteile für das MVP berechnet. Beim ersten Wertpapier wird dafür die entsprechende Formel benutzt und beim zweiten einfach die Differenz zwischen 1 und dem Anteil vom ersten Wertpapier genommen. Weiterhin werden die Standardabweichung und die erwartete Rendite des MVP mit den klasseninternen „`pSD`“- und „`pRet`“- Funktionen berechnet. All diese Werte werden in einem Array gespeichert, das zurückgegeben wird.

Bei der „**pSD**“-Funktion werden die Anteile, die Standardabweichung und die Korrelationsmatrix übergeben. Die Funktion führt eine doppelte Schleife aus: Sie macht für jede Kombination von zwei Wertpapieren zwei Iterationen und für jede Kombination von einem einzelnen Wertpapier eine Iteration. Das Ergebnis dieser Iterationen ist die Varianz des Portfolios, von der die Wurzel gezogen und als Standardabweichung zurückgegeben wird. Bei der „**pRet**“-Funktion werden einfach die Anteile und die erwarteten Renditen übergeben. Sie führt eine Schleife aus, bei der jede erwartete Rendite mit dem Anteil des entsprechenden Assets multipliziert wird. Die Summe dieser Schleife ist die erwartete Rendite des Portfolios, die zurückgegeben wird.

Weiter in der „**calculateFrontier2**“-Funktion wird als erstes die Hilfskennzahl  $h$  ermittelt. Dann werden Hilfsvariablen eingeführt, u.a. das Hilfsarray zum Speichern des effizienten Rands. Das MVP wird an erster Stelle in diesem gespeichert, da es der erste Datenpunkt des effizienten Rands ist. Danach wird für alle Risikopräferenzen (25, 50, 75 und 100%) eine Schleife durchlaufen und die Formeln zum Zwei-Asset-Portfolio angewendet: Zuerst wird die Standardabweichung des Portfolios berechnet, dann die daraus resultierende erwartete Rendite und zuletzt die sich ergebenden Anteile. Diese Werte werden in dem Hilfsarray zum effizienten Rand gespeichert. Dieser wird dann zurückgegeben.

In der „**procedure**“-Funktion werden nun die Kennzahlen und der berechnete Rand zurück an die „app“-Klasse gegeben und von da aus an den Client gesendet. Sind es allerdings doch 3 Wertpapiere, so wird erst die „**calculateMVP3**“-Funktion mit den Kennzahlen und dann die „**calculateFrontier3**“-Funktion mit dem MVP und den Kennzahlen aufgerufen. Diese Funktionen stammen ebenfalls aus der „**efficientFrontier**“-Klasse. Mit diesen Ergebnissen wird, wie beim Ein-Asset-Fall oder beim Zwei-Asset-Portfolio auch, fortgefahren: Sie werden an den Client gesendet.

In der „**calculateMVP3**“-Funktion berechnet als erstes die invertierte Varianz-Kovarianz-Matrix, indem sie die klasseninterne „**vaco**“-Funktion aufruft. Diese berechnet zuerst die Varianz-Kovarianz-Matrix. Dafür werden in einer doppelten Schleife die Randbeträge 1 und 0 eingesetzt, die Kovarianzen berechnet und so die Matrix gefüllt. Bei den diagonalen Werten, also die, die von oben links kommen und nach unten rechts gehen, wird die entsprechende Standardabweichung quadriert und mit zwei multipliziert. Bei den anderen werden die zwei entsprechenden Standardabweichungen mit der Korrelation und mit 2 multipliziert. Ist die Schleife fertig, so ist die Matrix gefüllt. Diese wird noch mit Hilfe der Math.js-Library invertiert und zurückgegeben. Zurück in der „**calculateMVP3**“-Funktion werden die Anteile aus der Matrix in ein Array gespeichert. Diese Anteile werden mit der

durch die „pSD“- und „pRet“-Funktionen berechneten Standardabweichung und erwarteten Rendite als MVP-Array zurückgegeben.

In der „**calculateFrontier3**“-Funktion wird die „**calcD**“-Funktion mit der invertierten Varianz-Kovarianz-Matrix und den erwarteten Renditen aufgerufen. Diese berechnet in einer doppelten Schleife die Werte für die Hilfsvariablen d. Dabei wird durch die invertierte Varianz-Kovarianz-Matrix iteriert, der jeweilige Wert wird mit der jeweiligen erwarteten Rendite multipliziert und auf das entsprechende d addiert. Die d-Werte werden dann zurückgegeben. Es werden in der „calculateFrontier3“-Funktion für alle Risikopräferenz-Stufen die entsprechenden Investitions-Anteile der Wertpapiere, die entsprechende Standardabweichung und erwartete Rendite des Portfolios mit Hilfe der „pSD“- und „pRet“-Funktionen berechnet und an die entsprechende Stelle im Array des effizienten Randes gespeichert. Das resultierende Array wird zurückgegeben.

## 12 TESTS

---

### 12.1 INTEGRATIONSTEST

Der Integrationstest ist dazu da, um zu testen, ob dem Benutzer theoretisch alles so angezeigt wird, wie es angezeigt werden sollte. In dem Integrationstest wurde versucht, alle möglichen Szenarien der Website zu testen. Dabei wurde zunächst überprüft, ob die Website richtig funktioniert, wenn der Benutzer alle Eingaben in der richtigen Reihenfolge machen würde.

Der ausgewählte Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter und das eingegebene Kapital werden richtig dargestellt. Die weiterführenden Links auf eine fremde Website und auf eine Seite auf der eigenen Website erfüllen ihre Aufgabe. Das Eingeben der Wertpapier-Kürzel und das Löschen dieser Kürzel aus der dargestellten Liste funktionieren auch. Außerdem ist es nicht möglich mehr als drei Wertpapiere auszuwählen. Der Button zur Berechnung funktioniert erst ab einem eingegebenen Wertpapier. Sollte nur eines ausgewählt werden, wird korrekt ein Text dargestellt, welcher einem eine weitere Diversifikation empfiehlt. Eine Animation läuft solange, wie der Server zur Berechnung benötigt. Die berechneten Daten werden korrekt in einer Tabelle angegeben und der Auswertungstext passt auch zu den eingegebenen Daten und Berechnungen. Außerdem wird das Diagramm passend gezeichnet, welches sich dynamisch an die berechneten Werten anpasst.

Ändert sich die Eingabe des Risiko-Ertrags-Präferenz Parameters oder des Investitionskapitales, passt sich die Tabelle beziehungsweise der Auswertungstext korrekt

dynamisch an. Wenn ein Wertpapier nach der Berechnung hinzugefügt oder gelöscht wird, verschwindet der Auswertungstext korrekterweise und bei einer neuen Berechnung erscheint der Auswertungstext wieder mit den neuen passenden Werten.

Wenn kein Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter vor der Berechnung eingegeben wird, wird korrekterweise als Auswertungstext und in der Tabelle empfohlen, diesen einzugeben. Wird ein Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter nach der Berechnung des Servers angegeben, wird der Auswertungstext und die Tabelle entsprechend der gemachten Angaben korrekt angezeigt beziehungsweise geändert.

Sollte ein Wertpapier angegeben werden, welches nicht von Alpha Vantage unterstützt wird, wird dem Nutzer dieses Wertpapier, in Form des angegebenen Kürzels, anstelle des Auswertungstextes angezeigt. Bei mehreren Wertpapieren, welche nicht unterstützt werden, werden diese auch angezeigt. Sollte die Alpha Vantage-API nicht mehr funktionieren oder sollte diese überlastet werden, wird dem Nutzer dies korrekterweise in einem Auswertungstext mitgeteilt.

Die Website passt sich der Displaygröße passend richtig an. Sollte das Browserfenster kleiner gezogen werden, passt sich die Website dynamisch an diesem an.

Bei dem Abschluss der Programmierung wurde kein Anwendungsfall mehr gefunden, bei welchem die Website oder der Server abstürzen könnte.

## **12.2 USABILITY-TEST**

Generell ist über diesen Test zu sagen, dass er mit Laien durchgeführt wurde. Diesen wurde ein Szenario vorgegeben, warum sie den Webservice benutzen wollen: Sie sind Laien, die Interesse daran haben, sich ein Portfolio zusammen zu stellen und sich zunächst informieren und experimentieren wollen.

Der Test wurde mit diesem Szenario eingeleitet und die Test-Personen haben dann den Prototypen ohne weitere Information genutzt. Sie wurden angeregt, laut zu denken.

### **12.2.1 Test 1**

#### **12.2.1.1 Testperson**

Testperson 1 ist 67 Jahre alt und Rentner, ehemaliger Landwirt. Er hat keine Vorkenntnisse zur Portfoliooptimierung. Außerdem ist er sehr ungeübt in der Nutzung von Computern.

#### **12.2.1.2 Testdurchführung**

Die Testperson geht direkt auf die Risikopräferenz ein und überlegt über diese, ohne den Warnhinweis zu lesen, liest diesen dann durch, scrollt runter und ignoriert somit die

Leiste mit den Informationstexten. Er liest den Übersichtstext unter dem Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter und versteht, dass er eine Eingabe bei Kapitaleingabe machen muss. Er ist von dem leeren Graphen und bei der ETF-Eingabe verwirrt, weil er ETFs nicht kennt. Scrollt herum, stößt auf die Leiste und somit die Informationstexte. Diese liest er sich durch. Kehrt nach einiger Zeit zurück auf die Hauptseite und übersieht, dass er die vorherigen Eingaben erneut tätigen muss. Ist dann immer noch verwirrt von den ETF-Kürzeln, selbst nach dem dabeistehendem Erläuterungstext und wird folglich vom Testleiter etwas unterstützt. Nun schaut die Testperson nach Kürzeln auf Yahoo und versucht diese auf Yahoo auszuwählen. Ein weiterer Hinweis des Testleiters führt dazu, dass die Testperson sich die Kürzel merkt und in die eigentliche Anwendung eingibt. Nach einer Berechnung mit zwei ETFs und Angucken der Ergebnisse, versteht die Testperson noch nicht alles. Er gibt zu bedenken, dass er „mit Finanzen auf dem Kriegsfuß“ stünde. Aus Zeitgründen war der Test an dieser Stelle bereits zu Ende.

#### **12.2.1.3 Interview nach Test**

Auf die Frage, ob die Website intuitiv sei, sagt die Testperson, sie wäre „etwas nebulös“. Er meint aber, ihm wäre klar gewesen, was wann passiert und was von ihm gefordert würde, außer bei der Wertpapier-Eingabe. Er erzählt weiterhin, er hätte genug Infos bekommen und hätte das Ergebnis verstanden, was aber anscheinend nicht ganz zutraf.

#### **12.2.1.4 Konsequenzen**

Dieser Test war etwas schwierig zu bewerten, da die Testperson sich im Allgemeinen mit Webanwendungen sehr schwertut, was bei dem Test stark zu bemerken war. Es wurde aber allgemein versucht, die Informations-Texte etwas eindeutiger und „laienfreundlicher“ zu gestalten. Weiterhin wurde eine Übersicht mit Beispiel-ETFs eingeführt und diese als Drop-Down-Menü bei der Kürzel-Auswahl implementiert.

### **12.2.2 Test 2**

#### **12.2.2.1 Testperson**

Testperson 2 ist 25 Jahre alt und Student. Er hat kaum Vorkenntnisse zur Portfoliooptimierung, er hat sich lediglich einmal einen kurzen Vortrag an der Universität angehört.

#### **12.2.2.2 Testdurchführung**

Die Testperson liest als erstes den Warnhinweis, versteht ihn und klickt das Banner weg. Dann guckt er sich die Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter an und gibt „mittel“ an. Als nächstes sieht er das Kapital-Feld und gibt da eine zufällige Zahl ein. Guckt sich dann kurz den leeren Graphen und den Eingabe-Bereich für die Wertpapiere an und ist etwas überfordert: er überliest die Erklärung, klickt direkt auf „Berechnen“ und bringt so die Anwendung zum Crash. Nach kurzem Überlegen geht er auf die Liste mit beispielhaften

ETFs von Yahoo. Aus dieser wählt er zwei Kürzel aus, gibt diese ein und klickt erneut auf „Berechnen“. Er liest die Erklärung unter dem entstandenen Graphen, versteht aber nicht direkt, wie man den Arero-Fonds überbieten soll. Er liest sich generell kaum die Erklär-Texte durch, weder die Verlinkten, noch die Texte, die direkt unter dem Graphen generiert werden. Nach einem Hinweis des Testleiters, gibt er drei neue ETF-Kürzel ein und experimentiert ein wenig. Die Testperson versteht den Graphen nicht, die Übersicht mit den Kennzahlen der ETFs schon.

#### **12.2.2.3 Interview nach Test**

Die Testperson fand die Anwendung intuitiv, da sie schlicht gehalten wurde und man die einzelnen Schritte (erst Risiko, dann Kapital, dann Wertpapiere) gut nacheinander abarbeiten kann. Er fand alles selbsterklärend, die Erklär-Texte hilfreich, fand den Graphen trotzdem verwirrend, z.B. den roten Punkt (Arero-Fonds). Auch bei dem Eingabe-Bereich für die Wertpapiere war er zunächst überfordert. Findet generell, dass alles erklärt ist und man eigentlich genug Informationen erhält.

#### **12.2.2.4 Konsequenzen**

Dieser Test hat dazu geführt, dass der „Berechnung“-Button ausgegraut wird, wenn noch kein Wertpapier ausgewählt wurde, da dies die Anwendung zum Absturz gebracht hat. Weiterhin konnte eine missverständliche Formulierung zu dem Arero-Fonds aufgedeckt und angepasst werden. Zuletzt wurde eine Verlinkung in dem Text, unter dem berechneten Graphen, zu dem effizienten Rand hinzugefügt.

### **12.2.3 Test 3**

#### **12.2.3.1 Testperson**

Testperson 3 ist 22 Jahre alt und Student. Er hat keine Vorkenntnisse zur Portfoliooptimierung. Der Begriff Portfolio musste ihm vor dem Test erklärt werden.

#### **12.2.3.2 Testdurchführung**

Die Testperson verschafft sich als erstes einen Überblick, indem er sich alles kurz anguckt. Er ist für einen Moment von dem Übersichtstext, unter dem Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter, verwirrt. Versteht ihn aber dann, sobald er einen geringen Risiko-Ertrags-Präferenz Parameter angibt und der Text sich aktualisiert. Gibt danach ein Kapital an. Ist verwirrt von dem leeren Graphen. Kommt bei dem Eingabe-Bereich für die Wertpapiere an und braucht eine kurze Weile, in der er sich erst die Erklärung zu den Kürzeln und dann die ETF-Liste anguckt. Wählt dann ein ETF-Kürzel aus und drückt Enter. Dies lädt die Seite neu und die eingegeben Daten sind weg. Er gibt sie dann erneut ein und führt die Berechnung durch. Ist kurz verwirrt von dem Arero-Punkt in dem Graphen, versteht ihn aber nach Lesen des generierten Erklär-Textes. Nachdem er weitere ETFs

eingibt und der Graph generiert wird, versteht er die verschiedenen Punkte auf dem Graphen nicht. Allerdings schon, dass er mit dem Punkt ganz links ein geringeres Risiko als der Arero-Fonds erzielen soll, also den Sinn der Website. Er experimentiert mit der ETF-Liste und gibt verschiedene Kombinationen ein, um den Arero-Fonds zu „schlagen“.

#### **12.2.3.3 Interview nach Test**

Die Testperson fand die Anwendung intuitiv, da alles auf einander folgend gegeben und erklärt ist. Er fand, dass alles gut erläutert ist, war nur bei der Berechnung bzw. beim Ergebnis kurz verwirrt und hat den Graphen nicht gänzlich verstanden.

#### **12.2.3.4 Konsequenzen**

Dieser Test hat dazu geführt, dass der Erklärungstext zu dem Graphen etwas angepasst und ausführlicher gemacht wurde. Weiterhin wurde der Link auf die ETF-Liste angepasst, so dass Yahoo auf Deutsch angezeigt wird. Außerdem wurde es geändert, dass man durch „Enter“ die Seite neu lädt. Ein weiteres Bild wurde bei der Kürzel-Erklärung hinzugefügt, um diese eindeutiger zu machen.

### **12.3 JEST-TEST**

Die Test-Abdeckung in dieser Arbeit stellt sicher, dass die Berechnungen, die serverseitig durchgeführt werden, auch korrekte Ergebnisse liefern. Hierfür wurde in Excel eine Beispielrechnung mit Alpha Vantage-Daten durchgeführt. Mit den genau gleichen Daten wurden dann Tests geschrieben und überprüft, ob die Ergebnisse der Funktionen deckungsgleich mit denen von Excel sind. Die Excel-Daten sind im Anhang der CD zu finden.

Es gibt insgesamt zwei JSON-Dateien und zwei JavaScript-Dateien. Die JSON-Dateien sind die Dateien, welche die Marktdaten enthalten und die JavaScript-Dateien enthalten die korrekten Ergebnisse. Es wurde erst getestet, ob die „filterNormal“-Funktion die korrekten close- dates- und dividends-Arrays für die beiden Test-Daten-Sätze liefert. Dann wurde getestet, ob die „calculateSingleRet“-Funktion auch die korrekten historischen Renditen für beide Test-Daten-Sätze berechnet und ob die „calculateDualRet“-Funktion die richtigen historischen Renditen der beiden Test-Daten-Sätze in Abhängigkeit von einander liefert. Als nächstes wurde überprüft, ob die Berechnung der Kennzahlen korrekte Ergebnisse liefert. Als letztes wurde getestet, ob die Berechnung des MVP und der effizienten Ränder einmal für das Zwei- und einmal für das Drei-Asset-Portfolio korrekte Ergebnisse zeigt.

Die Tests können gestartet werden indem man „npm run test“ in die Konsole eingibt.

## 13 SCHLUSSTEIL

---

### 13.1 FAZIT

Ziel der Arbeit war es, eine Webanwendung zu erstellen, die es einem Laien ermöglicht sein Portfolio durch Diversifikation von Risiken zu optimieren. Dabei galt es als Erstes die mathematischen Grundlagen des portfoliotheoretischen Ansatzes für bis zu drei Assets und ohne Nicht-Negativitäts-Bedingung auszuarbeiten. Basierend auf diesen sollte dann eine intuitive Webanwendung programmiert werden.

Die mathematischen Grundlagen konnten durchdrungen und anhand einer Beispielrechnung anschaulich dargestellt werden. Die Webanwendung wurde erfolgreich umgesetzt und die Funktionalität konnte durch einige Tests überprüft werden. Die User Experience konnte durch Usability Tests verbessert werden.

Die Webanwendung bietet eine Benutzeroberfläche zur Optimierung des Portfolios von bis zu drei Wertpapieren, unter Eingabe des Risiko-Ertrags-Präferenz Parameters, der Kapitalkraft und der entsprechenden Wertpapiere. Sie umfasst weiterhin einige Informationen für den Nutzer zum portfoliotheoretischen Ansatz und zur Benutzung der Webanwendung.

### 13.2 KRITISCHE BETRACHTUNG

Die mathematischen Grundlagen beruhen lediglich auf Annahmen und dementsprechend können sie nicht zuverlässig die Zukunft vorhersagen. Weiterhin kritisch ist, dass die Webanwendung sich zwar an Laien richtet, diese aber wahrscheinlich Schwierigkeiten damit haben werden, Leerverkäufe zu tätigen, auch wenn diese in der Webanwendung erklärt werden. Diese sind dennoch Bestandteil der Anwendung, da durch sie besser diversifiziert werden kann. Ein weiterer kritischer Betrachtungspunkt ist, dass Wertpapiere, die kürzer existieren als die ausgewählte Zeitspanne von fünf Jahren, weniger Daten bieten als die anderen. Dies führt dazu, dass die Berechnung der Kennzahlen nicht so genau und somit weniger gut vergleichbar ist. Dies wird dem Nutzer nicht angezeigt.

Für den Bezug der historischen Kursdaten auf der Serverseite wurde sich auf Alpha Vantage geeinigt. Diese API ließ sich nicht ohne Probleme nutzen. Zum einen hat die Alpha Vantage-Datenbank nicht von allen Wertpapieren die historischen Kurse, so z.B. nicht von dem Arero-Fonds. Dies führte dazu, dass die historischen Daten von dem Arero-Fonds und zwei weiteren ETFs statisch serverseitig eingepflegt werden mussten. Ein weiteres Problem der API ist, dass sie bei einigen Wertpapieren an manchen Daten

keine Kursdaten hat, diese also einfach „0“ sind. Dieses Problem musste gelöst werden, indem die Differenz zwischen dem Datum davor und dem danach berechnet und dort eingeführt wurde, was wiederum zu einer ungenaueren Berechnung führt. Noch ein Problem der API ist, dass der Server nur fünf Anfragen in einer Minute stellen kann, was eventuell dazu führt, dass der Nutzer warten muss, bis er eine neue Anfrage stellen kann. Dies ließe sich nur durch eine kostenpflichtige Premium-Mitgliedschaft bei Alpha Vantage vermeiden.

Es wurde zuletzt noch der Versuch unternommen, die Wertpapiere mit der ISIN anstatt mit einem Kürzel zu identifizieren. Dabei hätte der Server eine Anfrage an die „OpenFIGI“ API mit der ISIN gesendet, die das entsprechende Kürzel zurückgegeben hätte, mit welchem dann die Anfrage an Alpha Vantage durchgeführt worden wäre. Dies wurde nicht gemacht, da die Kürzel der Wertpapiere, die die „OpenFIGI“ API zurückgibt, teilweise nicht den entsprechenden Kürzeln von Alpha Vantage entsprachen.

### **13.3 AUSBLICK**

Die Thematik der Portfoliooptimierung ist sehr umfangreich, weswegen sich in dieser Bachelorarbeit nur auf einen bestimmten Teilaspekt bezogen werden konnte. Man hätte den portfoliotheoretischen Ansatz noch auf mehr als drei Assets ausweiten können und die Berechnung mit Nicht-Negativitätsbedingung durchführen können. Weiterhin hätte man das genutzte Rechenmodell für das Drei-Asset-Portfolio auch für das Zwei-Asset-Portfolio anwenden können.

Für die Webanwendung bedeutet dies, dass der Nutzer die Option gehabt hätte, Leerverkäufe und somit negative Anteile der Wertpapiere auszuschließen und mehr als drei Wertpapiere auszuwählen. Die Erweiterung der Webanwendung zur Portfoliozusammenstellung aus mehr als drei Assets wäre ohne größere Probleme möglich gewesen, da die Webanwendung skalierbar gestaltet wurde. Dies wurde allerdings durch die Einschränkungen von Alpha Vantage nicht durchgeführt.

Weiterhin hätte der Graph der Webanwendung noch mehr Möglichkeiten geboten. Diese umfassen:

- Eine Kennzeichnung der einzelnen Wertpapiere im Graphen.
- Eine Kennzeichnung des Punktes auf dem Graphen entsprechend des Risiko-Ertrags-Präferenz Parameters.
- Änderung der Achsen auf Prozentwerte.
- Rundung der Prozentwerte bei den einzelnen Punkten.

Außerdem wären für die Berechnungen des effizienten Randes die Transaktionskosten von Relevanz gewesen. Diese zu bestimmen ist allerdings durch Alpha Vantage nicht möglich und hätte eine weitere API gebraucht.

Für den Nutzer wäre weiterhin die Korrelation der einzelnen Wertpapiere von Interesse gewesen um eventuell basierend auf diesen seine Wertpapier-Auswahl anzupassen. Für diese hätte man die Website eventuell neu anordnen müssen um sie nicht zu unübersichtlich zu gestalten.

Zuletzt hätte man die erwartete Rendite der einzelnen Wertpapiere genauer bestimmen können, beispielsweise durch den „Future Adjusted Markowitz Estimator“. Für diese Kennzahl wären allerdings weit mehr Daten als nur die historischen Kurse der einzelnen Wertpapiere notwendig gewesen und somit hätte sich die Umsetzung als sehr schwierig gestaltet.

All diese Ausarbeitungen wären sehr umfangreich gewesen und wurden dementsprechend aus Zeitgründen nicht mehr durchgeführt.

## 14 LITERATURVERZEICHNIS

---

Albrecht, P., & Raimond, M. (2016). *Investment- und Risikomanagement*. Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart.

*Alpha Vantage - Free APIs for Realtime and Historical Stock*. (abgerufen am 06.08.2018). Von Alpha Vantage : <https://www.alphavantage.co/>

*Alphavantage - BDCL*. (abgerufen am 11.07.2018). Von Alphavantage: [https://www.alphavantage.co/query?function=TIME\\_SERIES\\_DAILY\\_ADJUSTED&symbol=BDCL&apikey=R0AY9S2QEDAFB2YB&outputsize=full](https://www.alphavantage.co/query?function=TIME_SERIES_DAILY_ADJUSTED&symbol=BDCL&apikey=R0AY9S2QEDAFB2YB&outputsize=full)

*Alphavantage - EXS2.DE*. (abgerufen am 11.07.2018). Von Alphavantage: [https://www.alphavantage.co/query?function=TIME\\_SERIES\\_DAILY\\_ADJUSTED&symbol=EXS2.DE&apikey=R0AY9S2QEDAFB2YB&outputsize=full](https://www.alphavantage.co/query?function=TIME_SERIES_DAILY_ADJUSTED&symbol=EXS2.DE&apikey=R0AY9S2QEDAFB2YB&outputsize=full)

*Alphavantage - LVO.MI*. (abgerufen am 11.07.2018). Von Alphavantage: [https://www.alphavantage.co/query?function=TIME\\_SERIES\\_DAILY\\_ADJUSTED&symbol=LVO.MI&apikey=R0AY9S2QEDAFB2YB&outputsize=full](https://www.alphavantage.co/query?function=TIME_SERIES_DAILY_ADJUSTED&symbol=LVO.MI&apikey=R0AY9S2QEDAFB2YB&outputsize=full)

*API Dokumentation | Alpha Vantage*. (abgerufen am 06.08.2018). Von Alpha Vantage: <https://www.alphavantage.co/documentation/>

*ARERO - Der Weltfonds (WKN: DWS0R4, ISIN: LU0360863863) - historische Kurse - Aktien, Aktienkurse - ARIVA.DE*. (abgerufen am 11.07.2018). Von ARIVA: [https://www.ariva.de/arero\\_-\\_der\\_weltfonds-fonds/historische\\_kurse?boerse\\_id=1](https://www.ariva.de/arero_-_der_weltfonds-fonds/historische_kurse?boerse_id=1)

*axios/axios: Promise based HTTP client for the browser and node.js*. (abgerufen am 05.09.2018). Von GitHub: <https://github.com/axios/axios>

*BDCL ETF Report: Ratings, Analysis, Quotes, Holdings | ETF.com.* (abgerufen am 13.07.2018). Von ETF.com: <http://www.etf.com/BDCL>

Borse, A.-M., Vogt, E., Kraus, S., & Wojcik, D. (2014). *ETF-Handbuch.*

*Chart.js | Open source HTML5 Charts for your website.* (abgerufen am 21.08.2018). Von Chart.js: <http://www.chartjs.org>

Cottin, C., & Döhler, S. (2009). *Risikoanalyse - Modellierung, Beurteilung und Management von Risiken mit Praxisbeispielen.*

*CSS Tutorial.* (abgerufen am 06.08.2018). Von W3Schools: <https://www.w3schools.com/css/>

*Design Patterns Mediator Pattern.* (abgerufen am 14.01.2019). Von Tutorialspoint: [https://www.tutorialspoint.com/design\\_pattern/mediator\\_pattern.htm](https://www.tutorialspoint.com/design_pattern/mediator_pattern.htm)

*DEUTSCHE BANK AKTIE | Aktienkurs | Kurs | (514000,DB,DE0005140008).* (abgerufen am 11.07.2018). Von Finanzen.net: [https://www.finanzen.net/aktien/Deutsche\\_Bank-Aktie](https://www.finanzen.net/aktien/Deutsche_Bank-Aktie)

*Express - Node.js web application framework.* (abgerufen am 06.08.2018). Von Expressjs: <https://expressjs.com/>

*ExpressJS HTTP Methods.* (abgerufen am 06.08.2018). Von tutorialspoint: [https://www.tutorialspoint.com/expressjs/expressjs\\_http\\_methods.htm](https://www.tutorialspoint.com/expressjs/expressjs_http_methods.htm)

*ExpressJSTutorial.* (abgerufen am 26.08.2018). Von tutorialspoint: <https://www.tutorialspoint.com/expressjs/index.htm>

Fang, E. (abgerufen am 16.09.2018). *GitHub.* Von Allen Fang (Allen): <https://github.com/AllenFang>

*Fonds Definition und Erklärung im boerse.de Lexikon.* (abgerufen am 11.07.2018). Von Boerse.de: <https://www.boerse.de/boersenlexikon/Fonds>

*Framework: framework: ITWissen.info.* (abgerufen am 06.08.2018). Von ITWissen.info: <https://www.itwissen.info/Framework-framework.html>

Gackenheimer, C. (2015). Introduction to React.

*Gestatten, Node.js.* (abgerufen am 06.08.2018). Von heise.de: <https://www.heise.de/developer/artikel/Zeitgemaesse-Webanwendungen-in-JavaScript-entwickeln-1731547.html>

*Hello World . GitHub Guides.* (abgerufen am 06.08.2018). Von GitHub: <https://guides.github.com/activities/hello-world/>

Hossain, M. (abgerufen am 05.09.2018). *Using CORS - HTML5 Rocks.* Von HTML5 Rocks: <https://www.html5rocks.com/en/tutorials/cors/>

<https://react-bootstrap.github.io/>. (aufgerufen am 16.09.2018). Von React-Bootstrap: <https://react-bootstrap.github.io/>

*Investmentfonds - Börsenlexikon der FAZ - FAZ.NET.* (abgerufen am 11.07.2018). Von FAZ.NET: <http://boersenlexikon.faz.net/investme.htm>

*iShares TecDAX UCITS ETF (DE) | 593397 | DE0005933972 - justETF.* (abgerufen am 13.07.2018). Von JustETF: <https://www.justetf.com/de/etf-profile.html?isin=DE0005933972>

*Jest · Delightful JavaScript Testing.* (abgerufen am 15.09.2018). Von Jest: <https://jestjs.io/en/>

Kögel, P. (abgerufen am 01.08.2018). Von <https://reactjs.de/artikel/react-tutorial-deutsch/>

Kommer, G. (2011). *Souverän investieren mit Indexfonds und ETFs.*

Loistl, O. (1994). *Kapitalmarkttheorie.* Oldenbourg Verlag GmbH.

*Lyxor s&P 500 VIX Futures Enhanced Roll UCITS ETF (Lux) C-EUR | LYX0PM | LU0832435464 - justETF.* (abgerufen am 13.07.2018). Von JustETF: <https://www.justetf.com/de/etf-profile.html?isin=LU0832435464>

Markowitz, H. M. (1952). *Portfolio Selection.*

Markowitz, H. M. (2008). *Portfolio Selection : Die Grundlagen Der Optimalen Portfolio-Auswahl.*

*math.js | an extensive math library fir JavaScript and node.js.* (abgerufen am 06.08.2018). Von math.js: <http://mathjs.org/>

Meyer, E. A., & Estelle, W. (2017). *CSS: The Definitive Guide.* Sebastopol: O'Reilly Media, Inc.

*Minimum Variance Portfolio with 3-Assets | LBB Magazine.* (abgerufen am 21.09.2018). Von LBB Magazine: <http://www.lagunabeachbikini.com/index.php/2013/03/07/minimum-variance-portfolio-with-3-assets/>

*Minimum Varianz Portfolio nach Markowitz - Fonds und Fondsdepot - Wertpapier Forum.* (abgerufen am 21.09.2018). Von Wertpapier Forum: <https://www.wertpapier-forum.de/topic/19707-minimum-varianz-portfolio-nach-markowitz/>

Mondello, E. (2015). *Portfoliomanagement.*

*npm.* (abgerufen am 06.08.2018). Von npm: <https://www.npmjs.com/about>

*onVista.* (abgerufen am 21.09.2018). Von BTC | Bitcoin | BTC: <https://www.onvista.de/krypto/Bitcoin-BTC>

Perridon, L., & Steiner, M. (2002). *Finanzwirtschaft der Unternehmung.*

*portfolioIQ - Berater - Schroders.* (abgerufen am 21.09.2018). Von Schroders: [https://www.schroders.com/de/de/finanzberater/tools/portfolioiq/?gclid=EAlaIqo bChMlu9KI-Mzp2QIVG90bCh1YEQqCEAAYASAAEgLBpFD\\_BwE](https://www.schroders.com/de/de/finanzberater/tools/portfolioiq/?gclid=EAlaIqo bChMlu9KI-Mzp2QIVG90bCh1YEQqCEAAYASAAEgLBpFD_BwE)

Preußig, J. (2015). *Agiles Projektmanagement : Scrum, User Stories, Timeboxing & Co.*

*Ramda Documentation.* (abgerufen am 05.09.2018). Von Ramda: <https://ramdajs.com/>

*React – A JavaScript library for building user interfaces.* (abgerufen am 01.08.2018). Von React: <https://reactjs.org>

- Reifner, U. (2010). *Die Geldgesellschaft*.
- Roden, G. (abgerufen am 05.09). *async und await für node.js | heise developer*. Von heise: <https://www.heise.de/developer/artikel/async-und-await-fuer-Node-js-3633105.html>
- simple-statistics 6.1.0. | Dokumentation*. (abgerufen am 06.08.2018). Von simplestatistics: <https://simplestatistics.org/docs>
- Specht, K., & Gohut, W. (2009). *Grundlagen der Kapitalmarkttheorie und des Portfoliomanagements*. Oldenbourg Verlag München.
- Spermann, K. (2008). *Portfoliomanagement*.
- Springer, S. (2013). *Node.js Das umfassende Handbuch*.
- Steiner, M. (1994). *Faktormodelle in der Kapitalmarkttheorie*. Köln: Botermann & Botermann Verlag.
- Steiner, M. B. (2016). *Wertpapiermanagement : Professionelle Wertpapieranalyse Und Portfoliostrukturierung*. Fachverlag für Wirtschafts- und Steuerrecht Schäffer Verlag.
- Steiner, M., & Bruns, C. (2002). *Wertpapiermanagement - Professionelle Wertpapieranalyse und Portfoliostrukturierung*.
- Steiner, P., & Uhlir, H. (2001). *Wertpapieranalyse*.
- The Prize in Economics 1990 - Press release*. (abgerufen am 21.09.2018). Von The Nobel Prize: <https://www.nobelprize.org/prizes/economics/1990/press-release/>
- Warnecke, A. (abgerufen am 13.07.2018). *Wie gut ist der ARERO-Weltfonds | Finanzwesir*. Von Finanzwesir: <https://www.finanzwesir.com/blog/arero-weltfonds>
- Weber, M. (2007). *Genial einfach investieren | Mehr müssen Sie nicht wissen – das aber unbedingt*.
- Weber, M. (abgerufen am 13.07.2018). *ARERO - Startseite*. Von ARERO: <https://www.arero.de/>
- Weber, M. (abgerufen am 13.07.2018). *Einfach | ARERO*. Von ARERO: <https://www.arero.de/einfach/>
- Weber, M. (abgerufen am 13.07.2018). *Wissenschaftlich | ARERO*. Von ARERO: <https://www.arero.de/wissenschaftlich/>
- What is a Library? Webopedia Definition*. (abgerufen am 06.08.2018). Von Webopedia: <https://www.webopedia.com/TERM/L/library.html>
- What is Babel? · Babel*. (abgerufen am 15.09.2018). Von Babel: <https://babeljs.io/docs/en/>

# 15 ANHANG

---

## 15.1 LITERATURBEWERTUNG

In diesem Text werden die für diese Arbeit relevantesten Quellen einmal erwähnt, eingeordnet und bewertet.

Die erste Quelle, mit der sich befasst wurde, war (Weber, Genial einfach investieren | Mehr müssen Sie nicht wissen – das aber unbedingt, 2007). Diese bot einen guten Einstieg in das Thema und half sehr dabei, sich einen Überblick über die Möglichkeiten der Portfoliooptimierung zu verschaffen. In Bezug auf diesen lies es allerdings an Tiefgang vermissen, so wurden keine mathematischen Ansätze näher erklärt und das Buch wurde im Allgemeinen sehr reißerisch formuliert.

Die nächste Quelle, mit der sich befasst wurde, war (Markowitz, Portfolio Selection : Die Grundlagen Der Optimalen Portfolio-Auswahl, 2008). Diese ist die Grundlage für den kompletten portfoliotheoretischen Ansatz. Für diese Arbeit war die Ausarbeitung von Markowitz allerdings etwas zu detailliert, da die mathematische Grundlage lediglich ein Teil der Arbeit war. Weiterhin gibt es andere und aktuellere Quellen, aus denen man die gleichen mathematischen Erkenntnisse verständlicher gewinnen konnte.

Als nächstes wurde mit der Quelle (Cottin & Döhler, 2009) gearbeitet. In dieser Quelle wurde der Ansatz mathematisch sehr gut umschrieben, sie beschränkt sich allerdings rein auf die Mathematik. Basierend auf diesem Buch allein wäre es also schwierig gewesen eine Programmierung der Webanwendung durchzuführen. Weiterhin wurde der n-Asset-Fall der Portfoliooptimierung nur theoretisch beschrieben, war aber praktisch für die Programmierung nicht wertvoll. Diese Quelle bot allerdings die Grundlage der Programmierung zur Portfoliooptimierung mit zwei Assets.

Dann wurde sich mit der Quelle (Mondello, 2015) befasst. Diese beschrieb die Berechnung der Kennzahlen einzelner Assets basierend auf den historischen Kursdaten sehr gut und verständlich. Der restliche Inhalt des Buches war allerdings nicht für diese Arbeit verwendbar. Allerdings bot diese Quelle die Grundlage für die Programmierung der Kennzahlenberechnung.

Für die Mathematik wurde sich zuletzt noch die Quelle (Steiner & Uhlir, 2001) angeguckt. Sie bot eine Anschauliche Lösung für die Portfoliooptimierung im n-Asset-Fall mit Hilfe von Beispielen. Diese waren sehr hilfreich. Auch für andere Aspekten der Portfoliooptimierung wie z.B. der Berechnung einiger Kennzahlen war dieses Buch wertvoll. Dieses Buch bot die Grundlage für die Programmierung zur Portfoliooptimierung mit drei Assets.

Zur Einarbeitung in React.js wurde die Quelle (React – A JavaScript library for building user interfaces, abgerufen am 01.08.2018) genutzt. Sie bot einen guten Einstieg in die Programmierung mit React.js. Anhand eines Tutorials wurden die Grundlagen der Sprache sehr anschaulich erklärt. Die umfassende Dokumentation war ebenfalls sehr hilfreich bei der Programmierung des Clients.

Zur Einarbeitung in Node.js und Express.js wurde die Quelle (ExpressJSTutorial, abgerufen am 26.08.2018) verwendet. Sie bot eine gute Übersicht in die Funktionen und Möglichkeiten von Express.js und bat ein gutes Tutorial. Bei aufgetretenen Problemen auf der Serverseite konnte diese Quelle meistens helfen.

## 15.2 LIZENZEN DER SOFTWARE

React.js	Copyright Facebook, Inc. and its affiliates
Node.js	Copyright Node.js contributors
Express.js	Copyright 2014, Douglas Christopher Wilson
CORS	Copyright 2013, Troy Goode
SimpleStatistics	Copyright 2014, Tom MacWright
Math.js	Copyright 2014, Arfon Smith
Ramda	Copyright 2013-2018, Scott Sauyet and Michael Hurley
Axios	Copyright 2014, Matt Zabriskie
Babel	Copyright 2014, Sebastian McKenzie and other contributors
Jest	Copyright 2014, Facebook, Inc.
Chart.js	Copyright 2018, Chart.js Contributors
React-Bootstrap	Copyright 2014, Stephen J. Collings, Matthew Honnibal, Pieter Vanderwerff
React-Bootstrap-Table	Copyright 2015, SparkMonitor

# Bachelorarbeit - Meilensteinplan

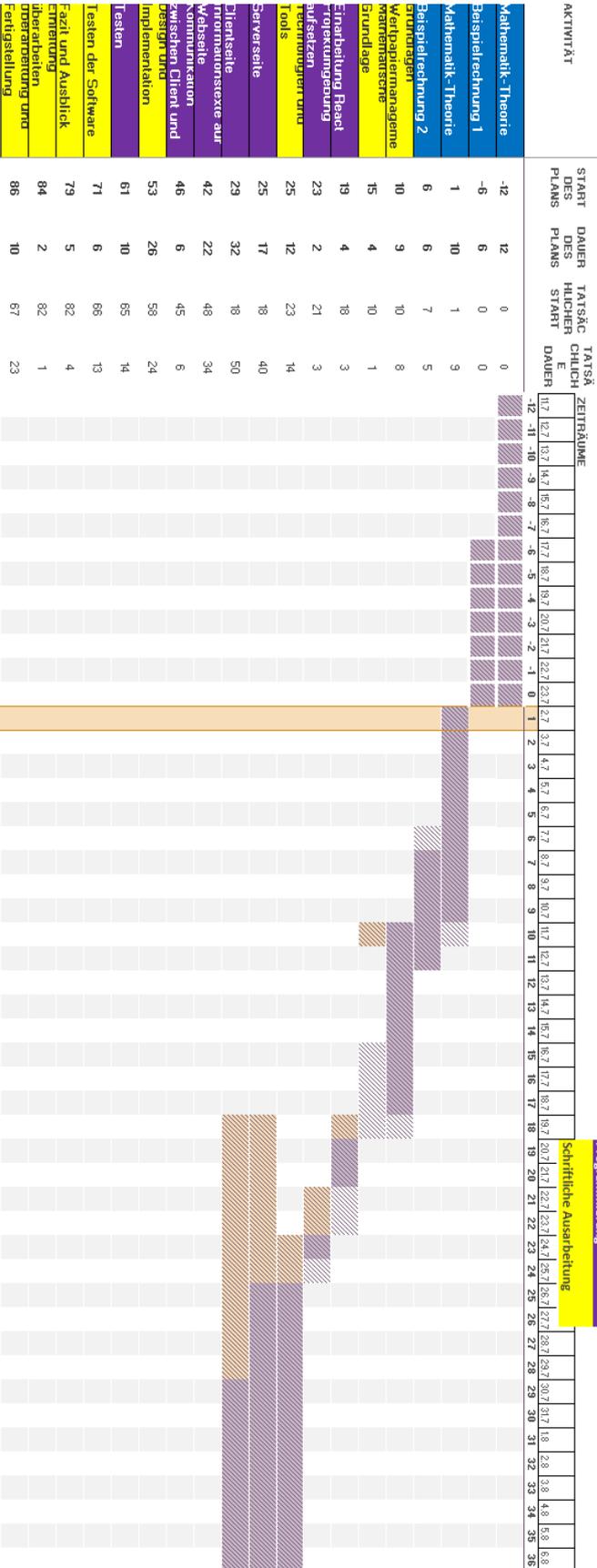


Abbildung 28: Teil 1 des Gantt-Meilensteinplans

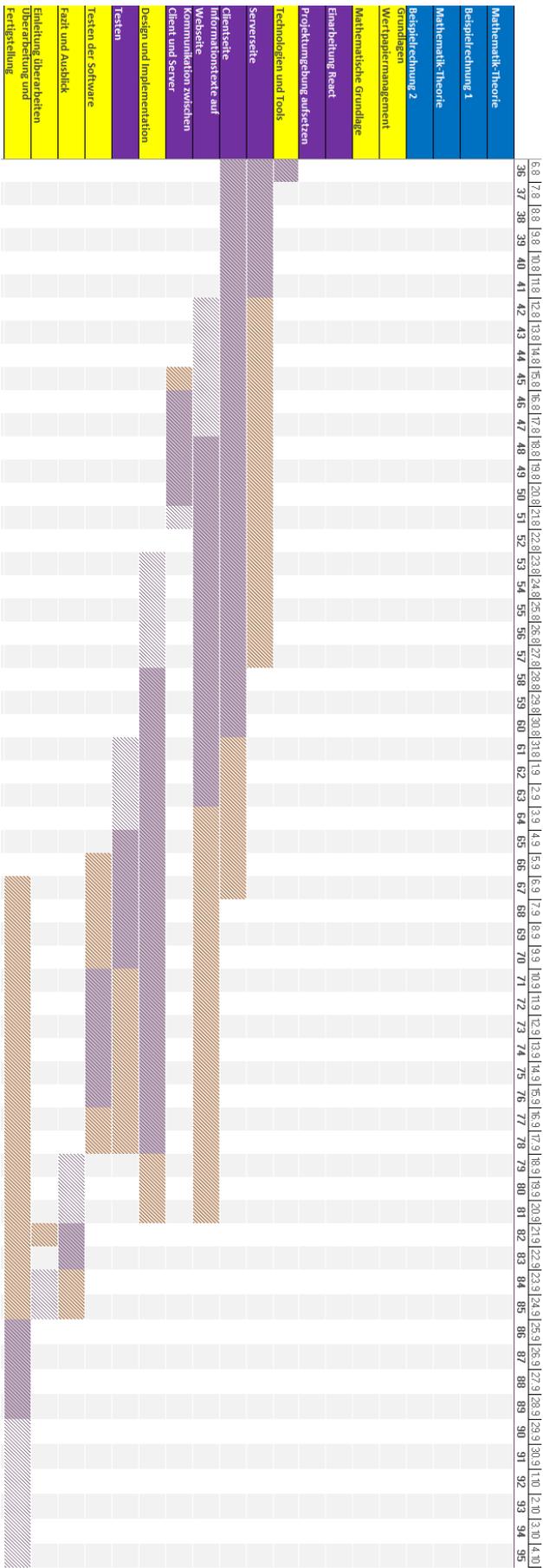


Abbildung 29: Teil 2 des Gantt-Meilensteinplan

Portfoliooptimierung durch Diversifikation			
Allgemeines	ARERO	ETFs	Über uns

Im Rahmen unserer Website können sie für Ihr Portfolio das Risiko minimieren und den bestmöglichen Ertrag erzielen. Wir zeichnen basierend auf Ihrer ETF-Auswahl einen Graphen mit möglichen effizienten Portfolios. Anhand Ihrer Risikopräferenz zeigen wir Ihnen auf, wie stark Sie in welche ETFs investieren sollten, wo Ihr Portfolio auf dem Graphen liegt und vergleichen Ihr Portfolio mit dem ARERO-Fond.

Wie viel Kapital wollen Sie investieren?

Wählen Sie 3 ETFs aus in die Sie investieren wollen.

Geben Sie Ihre risikobereitschaft an.

Nicht vorhanden  
  Niedrig  
  Mittel  
  Hoch  
  Extrem

Erwartete Rendite

Risiko

Anhand von Ihrem eingesetzten Kapital von ... , Ihrer Auswahl von ETFs und Ihrer ... risikobereitschaft empfehlen wir Ihnen eine Aufteilung in folgender Form:

- 1.ETF [Name]: [Anteil]
- 2.ETF [Name]: [Anteil]
- 3.ETF [Name]: [Anteil]

Ein negativer Anteil bedeutet, dass Sie sofern Sie diesen ETF besitzen, ihn verkaufen sollten. Sonst bedeutet dies ein Leerverkauf jenes Etf.

Impressum   Datenschutz   Nutzungsbedingungen   Nutzungsrechte

Abbildung 30: Mock-Up der Webanwendung

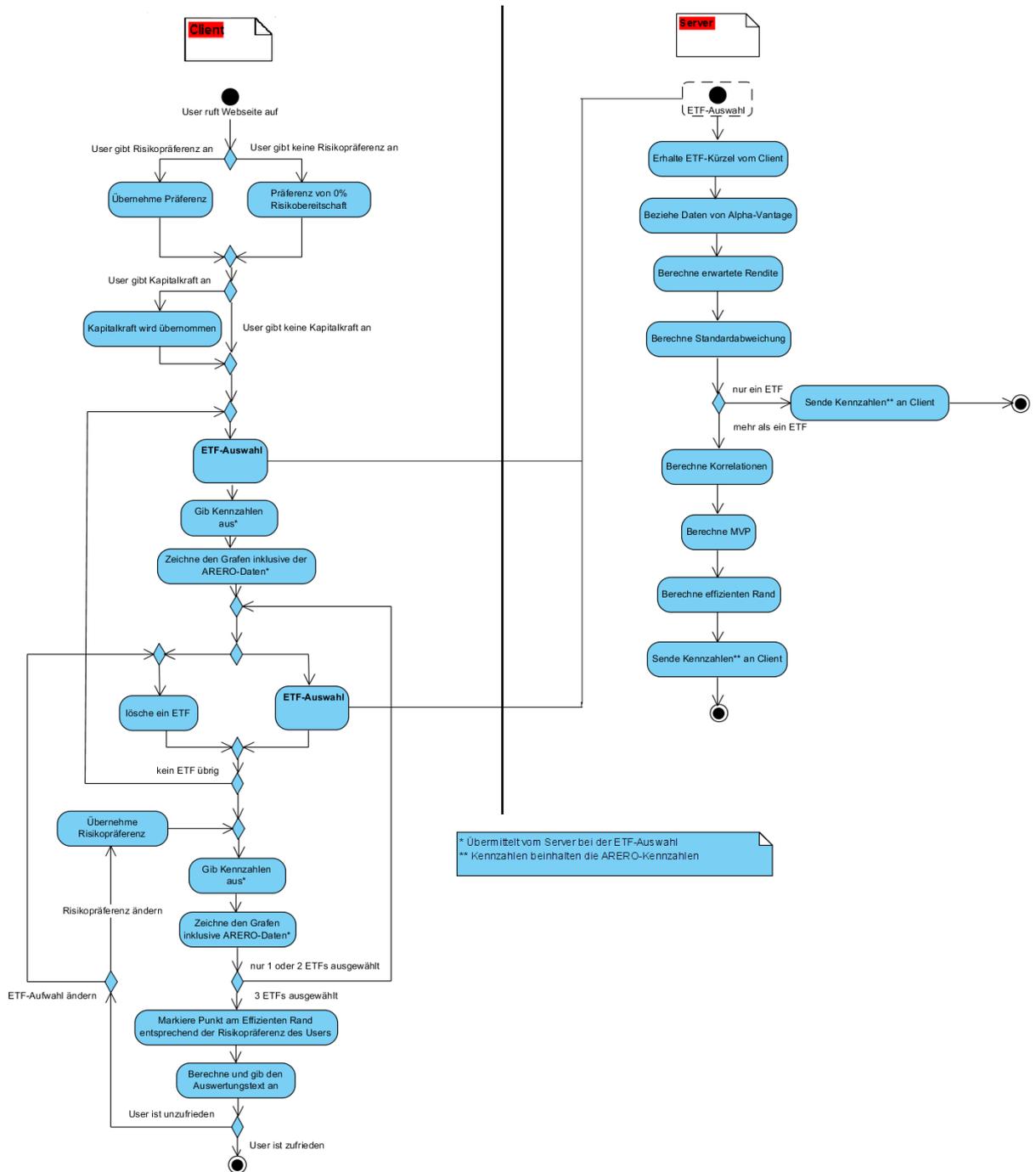


Abbildung 31: Ablaufdiagramm der Anwendung

**Warnhinweis!**  
 Die Berechnungen auf dieser Seite beruhen lediglich auf Annahmen aus dem Portfoliotheoretischen-Ansatz nach Markowitz. **Die Website sollte nicht benutzt werden, um echtes Geld in ein Wertpapier zu investieren!** Bevor Sie anfangen, diese Seite zu benutzen, informieren sie sich zunächst [hier](#), um diese Webseite ideal nutzen zu können.

### Portfoliooptimierung durch Diversifikation

Berechnen Sie Ihr optimales Portfolio in Abhängigkeit von Ihrer Risikobereitschaft!

Experimentieren Sie mit verschiedenen Wertpapieren, um ein Portfolio mit einem möglichst geringem Risiko, bei einer gleichzeitig möglichst hohen erwarteten Rendite, zu erhalten. Das Alleinstellungsmerkmal dieser Website ist, dass auch Leerverkäufe bei der Berechnung unterstützt werden.

Abbildung 32: Das Endgültige Aussehen des oberen Teils der Website

### Geben Sie Ihre Risikobereitschaft an

Minmales Risiko
Geringes Risiko
Mittleres Risiko
Hohes Risiko
Extremes Risiko

Das von Ihnen erstellte Portfolio setzt sich aus einer Risikobereitschaft von **50%** und einem Investitionskapital über **1000€** zusammen.

Hier entsteht der effiziente Rand

Geben Sie Ihr gewünschtes Investitionskapital an

 ✓  
Nur ganze Zahlen sind erlaubt.

**Wichtig: Kürzel Erklärung**  
 Geben Sie die Kürzel der ETFs an, in die Sie investieren wollen [höchstens 3 ETFs sind möglich]

Liste der ETFs von Yahoo

   
 Berechnung starten:

Abbildung 33: Aussehen bei einer mittlere Risikobereitschaft und einem Investitionskapital von 1000 Euro  
 Wenn der Benutzer alle möglichen Angaben gemacht und den Knopf zur Berechnung getätigt hat, sieht die Auswertung folgendermaßen aus:

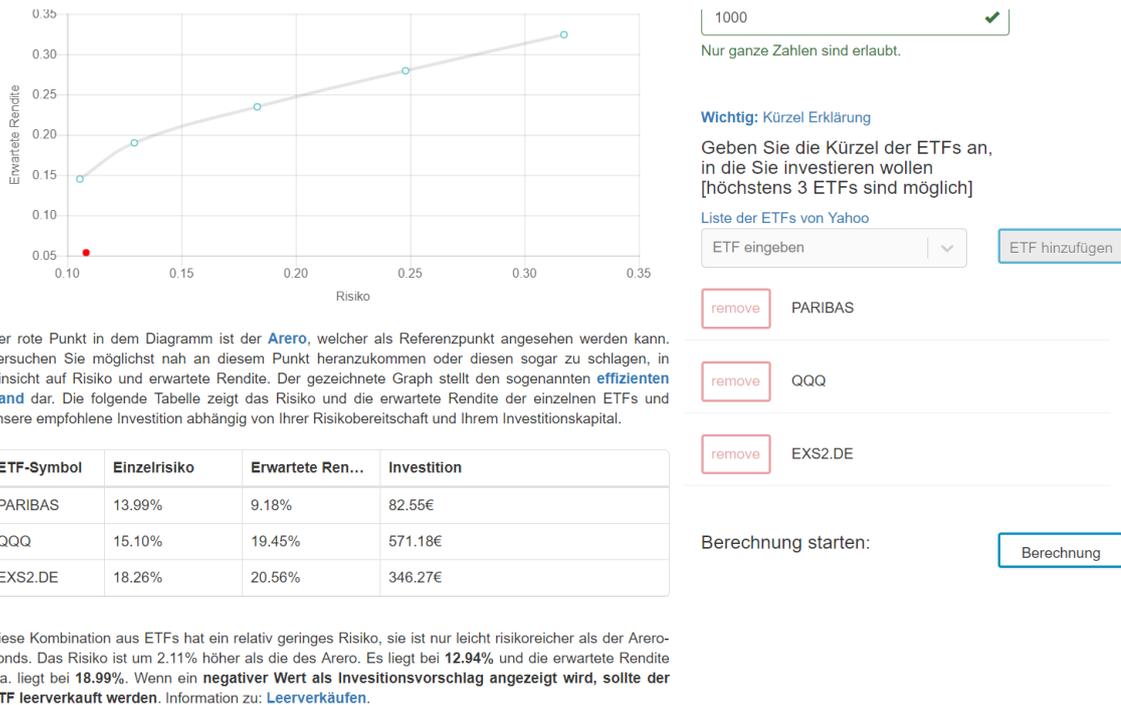


Abbildung 34: Aussehen, nachdem der Nutzer alle möglichen Angaben gemacht und den Knopf zur Berechnung getätigt hat



Abbildung 35: Aussehen des Footers

## 15.4 BEITRÄGE DER EINZELNEN BEARBEITER

Die beiden Bearbeiter dieser Arbeit waren Mirko Baier (MB) und Jan Köhler (JK). Dabei hat Mirko Baier die Client-Seite und Jan Köhler die Server Seite programmiert. Die Autoren der einzelnen Kapitel sind in dieser Liste aufgeführt:

- 1 Abstract (JK, MB)
- 5 Einleitung (MB, JK)
- 6 Ablauf der Arbeit (MB)
- 7.1 Portfoliooptimierung und Diversifikation nach Markowitz (MB)
- 7.2 Annahmen der Portfoliooptimierung (MB)
- 7.3 Weitere Möglichkeiten der Portfoliooptimierung (MB)
- 7.4 Investitionsmöglichkeiten (JK)
- 7.5 Weiteres (JK)
- 8.1 Kennzahlen einzelner Assets (JK)
- 8.2 Beispielrechnung zu den Kennzahlen (JK)

- 8.3 Beispielrechnung zu den Kennzahlen (JK)
- 8.4 Kennzahlen des Portfolios (JK)
- 8.5 Portfoliooptimierung im Zwei-Asset-Portfolio (JK)
- 8.6 Beispielrechnung zum Zwei-Asset-Portfolio (JK)
- 8.7 Portfoliooptimierung im Drei-Asset-Portfolio (MB)
- 8.8 Beispielrechnung zum Drei-Asset-Portfolio (JK)
- 9.1.1 React.js (MB)
- 9.1.2 CSS (MB)
- 9.1.3 JSX (MB)
- 9.1.4 Node.js (JK)
- 9.1.5 Express.js (JK)
- 9.2.1 Libraries (JK)
- 9.2.2 Frameworks (JK)
- 9.2.3 CORS 51 (JK)
- 9.2.4 SimpleStatistics (JK)
- 9.2.5 Math.js (JK)
- 9.2.6 Ramda (JK)
- 9.2.7 Axios (JK)
- 9.2.8 Babel (JK)
- 9.2.9 Jest (JK)
- 9.2.10 Chart.js (MB)
- 9.2.11 React-Bootstrap (MB)
- 9.2.12 React-Bootstrap-Table (MB)
- 9.3.1 GitHub (JK)
- 9.3.2 Alpha Vantage (JK)
- 9.3.3 NPM (MB)
- 10.1 Funktionen der Anwendungen (MB, JK)
- 10.2.1 Client-Konzepte (MB)
- 10.2.2 Server-Konzepte (JK)
- 10.3 Grobe Beschreibung des Ablaufs (JK)
- 11.1 Dokumentation Clientseitig (MB)
- 11.2 Dokumentation Serverseitig (JK)

- 12.1 Integrationstest (MB)
- 12.2 Usability-Test (JK)
- 12.3 Jest-Test (JK)
- 13 Schlussteil (JK, MB)

## **15.5 ERKLÄRUNG**

Hiermit versichere ich, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Außerdem versichere ich, dass ich die allgemeinen Prinzipien wissenschaftlicher Arbeit und Veröffentlichung, wie sie in den Leitlinien guter wissenschaftlicher Praxis der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg festgelegt sind, befolgt habe.

---

Unterschrift