

Beispielaufgaben zum Zertifikat
Null Problemo – Mathematisches Problemlösen
2023

Aufgabe 1. Wir betrachten eine Schulklasse mit 21 Personen:

1. Ist es möglich, dass in dieser Gruppe jede Person mit genau drei anderen befreundet ist?
2. Ist es möglich, dass in dieser Gruppe 20 Personen mit genau drei anderen Personen und eine Person mit genau zwei anderen befreundet ist?

Annahme. Wir wollen hier annehmen, dass die Relation *befreundet sein* symmetrisch ist, d.h. wenn A mit B befreundet ist, dann auch B mit A .

Aufgabe 2.

1. Zeigen Sie, dass $3^{105} + 4^{105}$ durch 7 teilbar ist.
2. Welchen Rest lässt 4^{100} bei Teilen durch 15?

Aufgabe 3.

1. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$a^4 + b^4 = 5 \cdot c^4$$

keine Lösung $a, b, c \in \mathbb{N}$ besitzt.

2. Untersuchen Sie, ob die Gleichung

$$a^2 + b^2 = 5 \cdot c^2$$

eine Lösung $a, b, c \in \mathbb{N}$ besitzt.